# 2.1 定义

在3D计算机绘图中，我们用矩阵（matrix）来紧凑地描述几何变换，比如缩放、旋转和平移，并将点或向量的坐标从一种坐标系转换到另一种坐标系。本章探讨了矩阵代数。

**学习目标：**

1．了解矩阵及矩阵运算。

2．了解如何将向量-矩阵乘法视为一个线性组合。

3．学习单位矩阵、转置矩阵、行列式和逆矩阵。

4．熟悉XNA库中的用于矩阵代数的类和函数。

一个*m*×n矩阵**M**是一个*m*行、*n*列的矩形实数数组。行和列的数量指定了矩阵的维数。矩阵中的数值称为元素。我们使用行和列组成的双下标*M*ij来标识矩阵元素，其中，第1个下标指定了元素的所在的行，第2个下标指定了元素所在的列。

### 例2.1

考虑如下矩阵：



1．矩阵**A**是一个4×4矩阵；矩阵**B**是一个3×2矩阵；矩阵**u**是一个1×3矩阵；矩阵**v**是一个4×1矩阵。

2．*A*42=-5表示矩阵**A**的第4行、第2列的元素。*B*21表示矩阵**B**的第2行、第1列的元素。

3．矩阵**u**和**v**是特殊矩阵，因为它们只包含一行或一列。我们有时将这种矩阵称为行向量或列向量，因为它们可以用矩阵的形式表示一个向量（例如，可以随意地将(*x*,*y*,*z*)和[*x*,*y*,*z*]互换使用，这两种记法都可用于表示向量）。注意，对于行向量和列向量，不必使用双下标表示矩阵元素——只用一个下标即可。

有时，我们希望将矩阵的每一行视为一个向量。例如，我们可以这样写：



其中，**A**1,∗= [*A*11,*A*12,*A*13]、**A**2,∗= [*A*21,*A*22,*A*23 ]、**A**3,∗= [*A*31,*A*32,*A*33]。在这种记法中，第1个索引指定行标，第2个索引以星号（\*）表示我们引用的是整个行向量。同样，我们也可以用这种方法来表示矩阵的列：



其中



在这种记法中，第2个索引指定列标，第1个索引以星号（\*）表示我们引用的是整个列向量。

我们现在对矩阵上的判等运算、加法运算、标量乘法运算和减法运算做以定义：

1．当且仅当两个矩阵的对应元素相等时，这两个矩阵相等；这两个矩阵必须具有相同的行数和列数，才能进行比较。

2．矩阵加法是对两个矩阵的对应元素相加；只有在两个矩阵的行数和列数相同的情况下，矩阵加法才有意义。

3．矩阵的标量乘法是将一个标量和矩阵中的每个元素相乘。

4．矩阵减法可以由矩阵加法和标量乘法表示。也就是，**A** – **B** = **A** + (−1 · **B**) = **A** + (−**B** )。

### 例 2.2

设



则，

（ⅰ）

（ⅱ）**A** = **C**

（ⅲ）

（ⅳ）

因为矩阵加法和标量乘法是逐元素进行的，所以矩阵也继承了实数的加法和标量乘法的性质：

1．**A** + **B** = **B** + **A**

2．(**A** + **B** ) + **C** = **A** + ( **B + C**)

3．*r*(**A** + **B** ) = *r***A** + *r***B**

4．( r + s )**A** = *r***A** + *s***A**