# 纸人看世界

纸人世界显真容，

风光不与三维同。

心灵手巧的剪纸姑娘剪出的纸人栩栩如生，但纸人与真人有一点根本不同：纸人是扁平的，真人则是立体的。用数学语言说：纸人和真人分别生活在二维和三维世界中。二维世界是扁平的，只有左右和前后两个维度；三维世界是立体的，它在二维扁平世界上又加了上下这一维度。不妨随纸人游历一下二维世界，看看它与我们所处的三维世界究竟有什么不同。

**划地为牢** 小时候读到这句成语，感到不可理解：在地面上划一个圈怎么能变成牢狱呢？其中的犯人一抬腿不就跨出来了吗？但对二维世界中的纸人而言，划地为牢却是千真万确。“难道纸人不能抬腿跨出划地而成的牢狱吗？”不能！别忘了二维世界根本没有上面，纸人的腿往哪儿抬啊？“掘地土遁不行吗？”也不行！二维世界根本没有下面，往哪儿掘地啊？在三维世界里则不一样：纸人就可以利用上下这个维度逃出划地之牢——抬腿跨出或掘地土遁都行。善于举一反三的读者会说：“依此类推，现实三维世界中铜墙铁壁构成的监狱也关不住四维世界中的犯人。”很对！越狱的过程是一个有趣的智力游戏，需要很好的想象力：负责看守的狱卒眼睁睁地看着犯人像穿过一堵无形的墙壁那样进入第四维空间逐渐消失于无形，这叫做空遁！当然，这只是想象，现实世界中并不存在第四个维度，所以用不着担心犯人大逃亡。

**纸人无肠** 螃蟹的别名叫“无肠公子”，纸人又不是螃蟹，怎么会无肠呢？不信吗？请剪纸姑娘剪一个有肠纸人试试。无论姑娘的心多灵手多巧，无论她怎么个剪法，也剪不出一个有肠的纸人来。原因很简单：肠子作为消化系统有嘴和肛门上下两个出口，姑娘剪出来的有肠纸人会因此而分割为互不联系的两片！由此可知，二维世界中的动物不可能有两个出口的消化系统，他们的消化系统只能有一个出口——兼具嘴和肛门的功能。我们生活在三维世界中实在是非常幸运，不至于沦为那种令人恶心的低等动物，而二维世界中可怜的纸人就只好当无肠公子了。

**有限无界** 这是高等几何学中的一个概念，在现实的三维世界中很难理解，还是请教二维世界中的纸人吧。将纸人放在桌面上，让它任意游荡，无论他向哪个方向，终会碰到桌面的边界，这就是有界。纸人在有限的桌面上想尽一切办法，都无法使其边界消失。这个结论不仅限于桌子，任何有限面积的平面都不可能没有边界，所以在平面上无法实现有限无界。曲面如何呢？将纸人放在一个大气球的表面上，不管它怎样到处任意游荡，始终找不到边界，而气球的表面积是有限的，果然是有限无界！纸人发现的二维有限无界世界具有三个特性：一、它必须是弯曲的；二、它必须是闭合的；三、沿一个固定方向前进会回到原来的出发处。这些特性同样适用于有限无界的三维世界。三维世界如何弯曲？如何闭合？常人很难想象；但第三个特性不仅容易理解，而且可以验证——派一艘飞船沿一个固定方向前进，如果发现它会回到原来的出发处，就证明了所在的三维世界是有限无界的。为什么会回到原处呢？因为它是闭合的。怎么会闭合呢？弯曲才可能闭合。原来上述三个特性是互相关联的，这是形成有限无界世界的必要条件。在有限无界的世界中，孙悟空一个跟斗翻出去，只听耳边风声呼呼，十万八千里以后落地，张开火眼金睛瞧一瞧，仍然是在原处！这恐怕比逃不出如来佛掌心更令这泼猴吃惊。现代吴承恩们，期盼着你们能写出媲美于《西游记》的神话来！

“这些纯粹是文字游戏，毫无意义！”我承认是玩了一点游戏，说毫无意义则未必，不妨略举一二。

划地为牢的游戏告诉我们：二维世界中封闭的牢狱可以通过第三维逃出去，同样的道理也适用于三维世界。最近天文学家发现宇宙正在加速膨胀，与原先的理论计算不符。有人提出假说：宇宙的加速膨胀是由于万有引力的减弱，而引力的减弱是由于一部分引力能量逃逸到看不见的第四维空间。能量逃逸到第四维空间！就好像狱卒眼睁睁地看着犯人空遁一样，很难为常人所理解。二维世界中的纸人可以借助于第三维逃出划地为牢，就比较容易理解，前述善于举一反三的读者之联想即为明证。所以划地为牢的游戏不能说是毫无意义的。

纸人无肠和真人有肠的游戏告诉我们：二维世界和二维世界的拓扑性质是不同的。拓扑学是一门艰深抽象的数学，有些数学家也望而生畏，但纸人无肠的例子则很直观易懂。拓扑学在超弦理论中扮演着相当重要的角色。看来也不能说纸人无肠的游戏毫无意义。

有限无界的游戏目的在于说明空间的弯曲、闭合以及回到原处等一些可能的特性，这在纸人的二维世界中是一目了然的。明白了以后再推广到三维世界就比较容易理解。爱因斯坦的广义相对论认为万有引力造成空间弯曲，而黑洞则是由于空间极度弯曲而封闭的一个例子。所以，有限无界的游戏也不能说是毫无意义的。

“这些只对科学家有意义，与我们常人何干？”确实是对科学家有意义，但也不能说与常人不相干。纸人的游戏值得从方法论角度探讨一番：其一，方法论讲究先易后难，为什么先向二维世界的纸人请教然后再推广到三维世界？这就是为了先易后难。其二，方法论讲究联想，将纸人的经验举一反三，就是利用联想，而联想则是创新的重要途径之一。其三，方法论看重具象思维，将纸人放到大气球上去是一个很具体的形象．这要比抽象地去理解空间弯曲和闭合等容易得多了，不是吗？

所以，别小看纸人的经验，细细体会对常人也可能有所助益，这恐怕是心灵手巧的剪纸姑娘所始料不及的。