# 47．什么是波动中的两个周期性？

沿 *x* 方向传播的一维简谐波的波动方程是时间 *t* 和位置坐标 *x* 的二元函数，其位移 *y* = *A*cos [2π（− ）+ *φ*0]，式中 *T* 称为时间周期，*λ* 称为空间周期（即波长）。对于确定的质元来说，其位置坐标 *x* 是常量，它的位移 *y* 只是 *t* 的函数，并且以 *T* 为周期按正弦（或余弦）规律变化，其图像即为振动图像；对于确定的时间点，*t* 为确定值，各质元的位移 *y* 只是 *x* 的函数，并且以 *λ* 为周期按正弦（或余弦）规律变化，其图像即为波动图像。

机械波是机械振动在介质中的传播，振源做简谐运动，其位移随时间按正弦或余弦规律做周期性变化，它带动周边的质元跟随其振动，周边质元的相位落后于振源的相位，但频率与振源的振动频率相等。周边的质元振动又会带动周边的质元，如此便形成了波。沿波的传播方向，各质元的振动相位依次落后，至某一距离，相位相差一个周期，因此，沿波的传播方向，各质元的振动随空间位置的变化呈现周期性。这就是波动中的两个周期性。

## 一、一维简谐波的波函数

设有一列沿 *x* 方向传播的简谐波，各质元相对于各处的平衡位置的位移 *y*（*y* 对于横波来说，是垂直于波传播方向的横向位移，对于纵波来说，是与波传播方向在同一条直线上的纵向位移）既与时间 *t* 有关，又与位置坐标 *x* 有关，或者说，*y* 是 *t*、*x* 的二元函数，其函数关系式又被称为波函数。

如果振源的位移随时间变化的关系是 *y*振源 = *A*cos（*t* + *φ*0），沿波的传播方向距离振源为 *x* 的质元，相位比振源落后 2π ，因此该点的位移为

*y*（*t*，*x*）= *A*cos ①

①式一般被称为波函数。

如果只讨论坐标 *x* = *xi* 的质元的振动状态，即上面①式中的 *x* = *xi* 为定值，那么它的位移为

*yxi* = *A*cos= *A*cos ②

此即为点 *xi* 的振动方程，其中 *φ*0*xi* = *φ*0 − *xi*。

如果只讨论 *t* = *ti* 的时刻沿 *x* 方向各质元的振动状态，即上面波函数中的 *t* = *ti* 为定值，那么它的位移为

*yti* = *A*cos= *A*cos ③

此即为 *ti* 时刻的波动方程，其中 *φ*0*ti* = *φ*0 + *ti*。

## 二、振动图像和波动图像

图像是直观、形象地描述物理量间变化规律的工具，但图像是画在平面上的，它只有两个坐标轴，只能描述两个物理量间的依存和变化规律。要用图像描述波动现象，无法在一幅图上描述出位移 *y* 与时间 *t*、位置坐标 *x* 三个物理量间的关系，因此只能分别描述在 *x* 保持一定的条件下 *y* 与 *t* 的关系，以及在 *t* 保持一定的条件下 *y* 与 *x* 的关系，前者即为振动图像，后者则为波动图像。

如图 1 所示为某质元的振动图像，它的横坐标为时间 *t*，纵坐标为位移 *y*，用函数式表示为 *y* = *A*cos，经过时间 *T*，状态恢复到初始时刻，即 *t* = 0 时刻，*T* 称为周期，*φ*0*xi* 为初相，它与振源的初相以及该点与振源的距离有关。

*t*

*y*

*T*

*A*

− *A*

*O*

图 1 简谐波某质元的振动图像

如图 2 所示为某 *ti* 时刻的波动图像，它的横坐标为位置坐标 *x*，纵坐标为位移 *y*，用函数式表示就是 *y* = *A*cos，与原点 O 距离为 *λ* 的点振动状态与 O 点相同，*λ* 也是周期，为了与周期 *T* 区别，把 *λ* 称为空间周期（即波长），而 *T* 称为时间周期。*φ*0*ti* 为初相，它与振源 O 点在该时刻的相位相同。

*x*

*y*

*λ*

*A*

− *A*

*O*

图 2 简谐波某时刻的波动图像

关于波动图像与照片的关系：波动图像是描述沿波传播方向上各质元的相对平衡位置的位移 *y* 与其位置坐标 *x* 关系的图像，不是照片。首先，机械波分横波和纵波两种，对于横波，各质元的振动方向与波传播方向垂直，例如，沿绳传播的横波，其照片的确呈起伏状，有波峰和波谷，而对于纵波，其振动方向与波的传播方向在同一条直线上，例如，沿水平悬吊着的弹簧上传播的波，其照片呈疏密状分布，与波的图像很不相同。即使是横波，其照片与波动图像仍然不同：波动图像的横轴与纵轴虽然都是空间长度，但为了看得清楚，横轴与纵轴的单位一般不相同，例如，横轴可以以米为单位，而纵轴可以以厘米为单位，而照片则不是这样。横波的波动图像也可以看作经过处理后的照片（沿横轴或纵轴方向将其伸长或缩短而成的形状）。

## 三、简谐波两个周期间的联系

机械波是机械振动在介质中的传播，既与空间位置有关，也与时间有关，振动图像和波动图像各是从时间和空间两个不同的角度描述机械波，时间周期 *T* 和空间周期 *λ* 都是描述波动的物理量，它们之间存在着必然联系。

*T* 是简谐波传播过程振源以及其后各质元完成一次全振动所需的时间，而 *λ* 是振源在一个周期时间里传播的距离，*λ* 与 *T* 二者的商就等于波的传播速度 *v*，即 *v* = 。波速 *v* 主要由介质决定，例如弹性固体介质，传播横波时的波速由剪切弹性模量决定，传播纵波时的波速由体变弹性模量决定。张紧的琴弦中的波速与张紧程度有关，而气体中的波速度则与气体密度及温度等有关。在波速 *v* 一定的条件下，*λ* 与 *T* 成正比。

如图 3 所示是沿 *x* 方向传播的某筒谐波的波动图像，为了简便，我们选取振源 O 点位于最大位移时为计时起点，即振源的振动方程为 *y*（*O*） =*A*cos*ωt* = *A*cos*t*。

*x*

*y*

*λ*

*A*

− *A*

*O*

图 3 沿 *x* 正方向传播的简谐波

*x*1

*x*2

如果振源连续地振动，则各质元都做简谐运动，其周期 *T* 及振幅 *A* 都与振源相同，只是相位有差别，图中的坐标为 *x*1 的质元，其振动方程为 *y*（*x*1） = *A*cos（*ωt* + *φx*1），其中 *φx*1 = 2π 。

坐标为 *x*1 和 *x*2 的两个质元的振动周期 *T* 及振幅 *A* 相同，只是相位相差 Δ*φ* = 2π 。

如果振源只是短暂地振动，例如只振动几个周期即停止，它在介质中传播形成的波称为脉冲，那么沿波传播方向上的各质元将会延后一定时间开始振动，相应也会延后一定的时间停止振动。例如，图 3 中坐标为 *x*1 的质元，它延后的时间为 Δ*t*1 = ，式中 *v* 是波的传播速度。