# 45．什么是位移共振及速度共振？

受迫振动时位移达到最大值称为位移共振，速度达到最大值称为速度共振。

对于一个固有频率为 *ω*0 的振动系统而言，是否达到共振与驱动力的频率 *ω* 有关，速度共振的条件是 *ω* = *ω*0，而位移共振的条件则稍有不同，它是 *ω* ≈ *ω*0，*ω* 与 *ω*0 的差值与阻尼有关，一般来说，阻尼越大，其差值也越大，但总体来讲，二者差值不大。

受迫振动时，满足一定条件，振幅达到最大值，称为共振。我们这里说的振幅，指的是位移峰值达到最大，称为位移共振。还有一种情况，即满足一定条件，速度的峰值达到最大，称为速度共振。二者需要满足的条件稍有不同。

## 一、位移共振的条件

根据受迫振动的动力学方程 *m* + *γ* + *kx* = *F*0cos*ωt* 解出的结果，稳定后的振动方程为 *x*（*t*）= *A*cos（*ωt* + *φ*），其中 *ω* 是外界驱动力的圆频率，振幅 *A* = ，式中 *F*0 是驱动力的峰值，*m* 是振子的质量，*ω*0 是振动系统的固有圆频率，*ω* 是驱动力的圆频率，*β* = *γ*/2*m*，*γ* 即阻力常数，而 *β* 称为阻尼常量，它反映阻尼的大小。

对于一个确定的振动系统，*ω*0 和 *m* 是常量，如果 *β* 保持不变，则振幅 *A* 是 *ω* 的函数，满足 = 0 时的 *ω* 值即力位移共振条件，可得

= [(*ω*02 − *ω*2)+ 4*β*2*ω*2]−3/2[2(*ω*02 − *ω*2) (− 2*ω*) + 8*β*2*ω*] = 0

解得位移共振的条件是 *ω* = ，振幅的最大值 *A*max = 。

由上面的两个式子可以看出：①位移共振的条件并不是 *ω* = *ω*0，而是 *ω* 稍小于 *ω*0，*ω* 与 *ω*0 的差值跟阻尼常量 *β* 有关，*β* 越小，二者越接近，*β* 越大，二者偏离越大。如图 1 所示为共振曲线，它表示位移峰值 *A* 随驱动力频率 *ω* 变化的关系，共振曲线的尖峰位于稍小于固有频率 *ω*0 处。由于我们讨论的阻尼振动是 *ω*02 > *β*2 的情况，因此该尖峰偏离 *ω*0 的程度并不是很大，说“驱动力的频率接近其固有频率时发生共振”是正确的。

*A*

*ω*

*O*

*β* 较小时的共振曲线

*β* 较大时的共振曲线

*ω*0

图 1 共振曲线

②共振时振幅的最大值 *A*max 也与 *β* 有关：*β* 越小，*A*max 越大，即共振曲线的尖峰越尖；*β* 越大，*A*max 越小，即共振曲线的尖峰越平缓。

## 二、速度共振及其条件

在受迫振动达到稳定后，其运动是简谐运动，它的速度随时间变化的规律也是简谐的，我们把速度的峰值 *V* 称为速度振幅，它等于振幅 *A* 与圆频率 *ω* 的乘积，即有

*V* = *ωA* =

同样，满足 = 0 时的 *ω* 值即为速度共振条件。解得速度共振的条件是 *ω* = *ω*0，振幅的最大值 *V*max = 。

速度共振与位移共振的条件不同，它与阻尼常量 *β* 无关，总等于其固有频率 *ω*0。但速度振幅的最大值 *V*max 仍与 *β* 有关：*β* 越小，*V*max 越大，即共振曲线的尖峰越尖；*β* 越大，*V*max 越小，即共振曲线的尖峰越平缓，这方面与位移共振是相似的。

## 三、位移共振与速度共振哪个更重要？

在力学部分讨论受迫振动问题时，机械振动系统的固有频率 *ω*0 往往是固定的，而驱动力的频率 *ω* 是可调的，同时，在机械振动系统中，位移比较容易观察并且更直接地产生效果，因此着重考查振动系统位移随驱动力频率 *ω* 的变化规律，这就是我们前面所画的共振曲线都以驱动力的频率 *ω* 为自变量的原因。但在实际问题中，也不都是如此。例如，在讨论建筑物防震问题时，地震波作为驱动力，其频率大致在某一范围内，我们在进行建筑物的设计时，需要考虑让其固有频率尽量远离地震波的频率范围。

简谐运动并不限于机械振动，凡是某物理量随时间按正弦或余弦规律变化的，都是简谐运动，在电学中，电磁振荡是重要的简谐运动。而在讨论电学中电磁振荡问题时，外界的驱动频率 *ω* 常常是固定的，而电路的固有频率 *ω*0 却是可调的，因此我们需要把 *ω*0 作为自变量。同时，在电路中电流 *I* 是重要的物理量，因此在电学中常常讨论的是电流 *I* 随电路的固有频率 *ω*0 的变化规律，而电流相当于力学中的速度，即讨论的是速度共振问题。