# 43．受迫振动与阻尼振动有什么关系？

由于阻力的存在，仅在初始激励下的自由振动都会逐渐减弱并最终停止下来，称为阻尼振动。在周期性外力作用下的振动，称为受迫振动，受迫振动的开始阶段，振动是不稳定的，正是由于阻尼的存在，其系统自身固有因素对振动周期的影响向会逐渐衰减以至消失，最终将会按照外界驱动的周期而振动。

振动系统完全没有阻力而长时间保持等幅振动状态，是一种理想情况，实际上阻力总是存在的，因此只有初始激励的振动都会慢慢停止下来，称为阻尼振动。要得到长时间的等幅振动，需要有外界的驱动，例如用周期性外力驱动的振动（受迫振动）。

## 一、阻尼振动的规律

振动系统在振动过程中，阻力来源可能是多方面的，流体介质的阻力是一个重要的方面，例如，单摆在空气中振动时，受到的阻力主要来自空气，如果在液体中振动，则来自液体。气体和液体都是流体，流体的阻力主要是粘滞阻力，阻力不是常量，与速度有着非常复杂的关系，中学阶段难以定量讨论，大学普通物理教科书一般也只讨论一种简单的情况，即阻力的方向总与速度方向相反，并且与速度是线性关系。

设某振动系统的质量是 *m*，它的振动是一维振动，即只沿 *x* 方向的振动，它受到的阻力大小与速度 *v* 成正比，即 *f*阻 = − *γv* = − *γ* ，此外还受到回复力 *f*回 = − *kx*。其动力学方程为

*m* + *γ* + *kx* = 0

令 *β* = ，*ω*02 = ，方程改写为

+ 2*β* + *ω*02*x* = 0

解得的结果为：

*x*（*t*）= *Ae*− *βt*cos（*ωt* + *φ*0）

式中 *ω* = 。*ω*0 = ，*T*0 称为固有周期，由振动系统本身的因素决定，与初始条件无关，而 *A* 和 *φ*0 则由初始条件决定。如图 1 所示就是这种阻尼振动的位移随时间变化的图像，它的周期保持不变，而振幅按指数规律衰减，直到振动完全停止。

图 1 阻尼振动

*T*

*x*

*A*

*O*

*t*

## 二、阻尼的三种情况

图 1 所示的阻尼振动只是有阻力存在时的一种情况，即弱阻力的情况。

有阻力时共有三种情况：①弱阻力，即阻尼较小的情况，振幅衰减较慢，振动可以持续若干周期，需要较长时间才能最终停止下来（理论上需要无限长时间才能最终停止，但实际上不可能用无限长时间）。单摆在空气中振动时，空气阻力很小，就属于这种情况，若单摆在粘滞的油中振动，虽然衰减得更快，但仍属于这种情况。

②强阻力，或称过阻尼情况，物体振动不到半个周期就停留在偏离平衡位置的某处，甚至根本就没有往复运动，即不发生振动。在水平面内振动的弹簧振子，如果与水平面间的摩擦过大，而弹簧的弹力较小，就会发生这种情况。在气垫导轨上演示弹簧振子，由于阻尼很小，它的振动接近等幅振动。

③临界阻力，或称临界阻尼的情况，从平衡位置开始，振动半个周期，回到平衡位置恰好停止。临界阻尼有其实际应用价值，例如，电流表的指针通电后会发生摆动，需要用最短的时间让其停止在平衡位置处，就要把阻尼设计成临界阻尼状态。

**补充：**

①弱阻力，又称小阻尼，满足 *β* < *ω*0。如将物体从一个最大偏离位置到下一个同方向最大偏离位置所需的时间称为周期，则小阻尼情况下的振动周期

*T*1 =

无阻尼振动的周期 *T*0 = ，则

*T*1 = =

由此关系可见，介质的阻力使系统振动的周期增大。

②大阻力情况又称过阻尼，满足 *β* > *ω*0。方程的通解为

*x*（*t*）= *e*− *βt*（*C*1*ent* + *C*2*e*− *nt*）

式中 *n* = ，*C*1、*C*2 为积分常数，由运动的初始条件决定。

③临界阻尼的情况满足 *β* = *ω*0，方程的通解为

*x*（*t*）= *e*− *βt*（*C*1 + *C*2*t*）

*C*1、*C*2 为积分常数，由运动的初始条件决定。

## 三、受迫振动的动力学方程及解得的结果

在周期性外力作用下的运动称为受迫振动，设周期性驱动力 *f*驱 = *F*0cos*ωt*，此外，还受到阻力 *f*阻 = − *γv* = − *γ* ，回复力 *f*回 = − *kx*。其动力学方程为

*m* + γ + *kx* = *F*0cos*ωt*

令 *β* = ，*ω*02 = ，*f*0 = ，方程即为

+ 2*β* + *ω*02*x* = *f*0cos*ωt*

此方程的解为

*x*（*t*）= *Ae*− *βt*cos（*t* + *α*）+ *A*0cos（*ωt* + *φ*）

此解的第一项就是前面不加驱动力所得到的阻尼振动，其中的 *A* 和 *α* 是由初始条件决定的积分常数，而圆频率 *ω*0 由振动系统本身的性质决定。它的图像如图 2（b）所示，其振幅随时间推移趋于消失，与驱动力无关。

图 2 受迫振动

*t*

*t*

*t*

*x*

*O*

*x*

*O*

*x*

*O*

*t*

（a）受迫振动

达到稳定状态

（b）阻尼振动

（c）二者叠加

此解的第二项是在简谐驱动力作用下达到稳定后的状态，其圆频率 *ω* 与驱动力频率相同，振幅为 *A*0，是等幅振动，*A*0 和初相位 *φ* 不取决于初始条件，而是依赖于驱动力的特征和振动系统本身的特性及阻尼情况，如图 2（a）所示。

受迫振动的开始阶段，系统的振动是（a）（b）二者的叠加，为不稳定阶段，如图 2（c）所示，经过一定时间，阻尼振动的振幅衰减为 0，此后进入稳定的振动阶段，它的振动频率（或周期）与驱动力的频率（或周期）相同，与固有频率无关，为等幅振动。

可以看出，阻尼对于受迫振动的重要性，如果真的没有阻尼，则不可能达到稳定的状态，若阻尼过小，则会使达到稳定的过程很漫长，因此在演示受迫振动的实验时，应设法适当增大阻尼，例如，演示弹簧振子的受迫振动的实验时，最好使振子在油中振动。