# 第二章 3 简谐运动的回复力和能量

## 问题？

当我们把弹簧振子的小球拉离平衡位置释放后，小球就会在平衡位置附近做简谐运动。小球的受力满足什么特点才会做这种运动呢？

根据牛顿运动定律，可以作出以下判断：做简谐运动的物体偏离平衡位置向一侧运动时，一定有一个力迫使物体的运动速度逐渐减小直到减为 0，然后，物体在这个力的作用下，运动速度又由 0 逐渐增大并回到平衡位置；物体由于具有惯性，到达平衡位置后会继续向另一侧运动，这个力使它再一次回到平衡位置。正是在这个力的作用下，物体在平衡位置附近做往复运动。我们把这样的力称为**回复力**（restoring force）。

## 简谐运动的回复力

做简谐运动的物体受到的回复力有什么特点？下面我们以弹簧振子做简谐运动为例进行分析。

如图2.3–1甲，当小球在 O 点（平衡位置）时，所受的合力为 0；在 O 点右侧任意选择一个位置 P，无论小球向右运动还是向左运动，小球在 P 点相对平衡位置的位移都为*x*，受到的弹簧弹力如图 2.3–1 乙所示。从图中可以看出，迫使小球回到平衡位置的回复力应该是由弹簧弹力提供的，回复力大小为 *F*＝ *kx*（*k* 为弹簧的劲度系数），方向指向平衡位置。

*F*

*F*

*x*

*Q*

*O*

*P*

甲

乙

丙

图2.3–1 简谐运动的回复力

同样道理，当小球在 O 点左侧某一位置 Q 时，迫使小球回到平衡位置的回复力还是由弹簧弹力提供，大小仍为 *F* = *kx*，方向指向平衡位置（如图 2.3-1 丙所示）。从上面的分析可以看出，弹簧对小球的弹力是小球做简谐运动的回复力，这个力的大小与小球相对平衡位置的位移成正比，方向与位移方向相反，可表示为：*F* = − *kx*，式中“−”号表示 *F* 与 *x* 反向。

理论上可以证明，如果物体所受的力具有 *F* = − *kx* 的形式，物体就做简谐运动。也就是说：**如果物体在运动方向上所受的力与它偏离平衡位置位移的大小成正比，并且总是指向平衡位置，质点的运动就是简谐运动**。

## 简谐运动的能量

弹簧振子中小球的速度在不断变化，因而它的动能在不断变化；弹簧的伸长量或压缩量在不断变化，因而它的势能也在不断变化。弹簧振子的能量变化具有什么规律呢？

### 做一做

弹簧振子的势能与弹簧的伸长量有关，动能与小球的速度有关。请在下表中填出图2.3–1 中的弹簧振子在各位置的能量。某量为最大值、最小值用“最大”和“最小”表示，某量为零用数字“0”表示，增加和减少分别用“↗”和“↘”表示（假设 P、Q 为最大位移处）。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 位置 | Q | Q → O | O | O → P | P |
| 位移的大小 |  |  |  |  |  |
| 速度的大小 |  |  |  |  |  |
| 动能 |  |  |  |  |  |
| 弹性势能 |  |  |  |  |  |
| 机械能 |  |  |  |  |  |

沿水平方向振动的弹簧振子的势能为弹性势能，其大小取决于弹簧的形变量。小球运动远离平衡位置时，势能会增大。与此同时，小球的速度减小，动能减小。小球到达最大位移时，动能为 0，势能最大。小球通过平衡位置时，动能最大，势能为 0。

理论上可以证明，在弹簧振子运动的任意位置，系统的动能与势能之和都是一定的，遵守机械能守恒定律。

实际的运动都有一定的能量损耗，所以简谐运动是一种理想化的模型。

当小球运动到最大位移时，动能为 0，弹性势能最大，系统的机械能等于最大弹性势能。对于弹簧劲度系数和小球质量都一定的系统，振幅越大，机械能越大。

## 练习与应用

本节共 4 道习题。第 1、2 题通过证明斜面上的弹簧振子、水中的筷子和圆弧上的小球的运动都是简谐运动，丰富了学生对简谐运动认识，也深化了学生对回复力的理解。第3题运用牛顿第二定律来加深学生对平衡位置的认识。第 4 题利用振动图像让学生全面认识解决简谐运动中的回复力、速度、加速度以及能量等物理量的变化规律。

1．把图 2.3–2 中倾角为 *θ* 的光滑斜面上的小球沿斜面拉下一段距离，然后松开。假设空气阻力可忽略不计，试证明小球的运动是简谐运动。

图2.3–2

*θ*

**参考解答**：小球静止时受到重力、斜面的支持力和弹簧拉力的作用。平衡时弹簧伸长了 *x*0，则 *mg*sin*θ* = *kx*0。弹簧拉长后，设离开平衡位置的位移为 *x*，规定 *x* 方向为正方向，则弹簧的拉力为 *F*弹 = − *k*(*x* + *x*0)，小球沿斜面方向受到的合力 *F* = *F*弹 + *mg*sin*θ* = − *k*(*x* + *x*0) + *mg*sin*θ* = − *kx*，所以小球的运动是简谐运动。

2．若想判定以下振动是不是简谐运动，请你陈述求证的思路（可以不进行定量证明），空气阻力可忽略。

（1）粗细均匀的一根木筷，下端绕几圈铁丝，竖直浮在较大的装有水的杯中（图2.3–3）。把木筷往上提起一段距离后放手，木筷就在水中上下振动。

图 2.3–3

（2）光滑圆弧面上有一个小球，把它从最低点移开一小段距离，放手后，小球以最低点为平衡位置左右振动（图 2.3–4）。

图2.3–4

**参考解答**：（1）如果不考虑水的粘滞阻力，木筷受到重力和浮力，重力恒定不变，浮力与排开水的体积成正比，把木筷静止时的位置看作平衡位置。以平衡位置为坐标原点，如果木块所受的合力与其偏离平衡位置的位移大小成正比，且方向相反，则可以判断木块做简谐运动。证明如下，设水的密度为 *ρ*，横截面积为 *S*，静止时，浸入水中的深度为 *h*0，则 *mg* = *ρgSh*0。木块离开平衡位置的位移为 *x*，木筷所受的浮力 *F*′ = *ρgS*(*x* + *h*0)。规定向下为正方向，而木筷受到的合力 *F* = *mg* − *F*′ = − *ρgSx* = − *kx*。由此可知，木块的运动是简谐运动。

（2）小球受到重力和圆弧面的支持力，重力恒定不变，支持力始终与运动方向垂直。重力沿圆弧切线方向的分力充当回复力，如果能够证明该力与小球偏离平衡位置的位移大小成正比，并且指向平衡位置，则可以判定小球做简谐运动。具体证明方法可请同学预习第 4 节内容。

3．做简谐运动的物体经过 A 点时，加速度的大小是 2 m/s2，方向指向 B 点；当它经过 B 点时，加速度的大小是 3 m/s2，方向指向 A 点。若 AB 之间的距离是 10 cm，请确定它的平衡位置。

**参考解答**：平衡位置在 AB 之间，距 A 点 4 cm，距 B 点 6 cm。

4．图 2.3–5 为某物体做简谐运动的图像，在 0 ~ 1.5 s 范围内回答下列问题。

0

−4

4

0.1

0.5

0.9

1.3

*t*/s

*x*/cm

图 2.3–5

（1）哪些时刻物体的回复力与 0.4 s 时的回复力相同？

（2）哪些时刻物体的速度与 0.4 s 时的速度相同？

（3）哪些时刻的动能与 0.4 s 时的动能相同？

（4）哪段时间的加速度在减小？

（5）哪段时间的势能在增大？

**参考解答**：（1）0.6 s、1.2 s、1.4 s

（2）0.2 s、1.0 s、1.2 s

（3）0、0.2 s、0.6 s、0.8 s、1.0 s、1.2 s、1.4 s

（4）0.1 ~ 0.3 s、0.5 ~ 0.7 s、0.9 ~ 1.1 s、1.3 s ~ 1.5 s

（5）0 ~ 0.1 s、0.3 ~ 0.5 s、0.7 ~ 0.9 s、1.1 ~ 1.3 s

# 第 3 节 简谐运动的回复力和能量 教学建议

## 1．教学目标

（1）会分析弹簧振子的受力情况，理解回复力的概念。

（2）认识位移、速度、回复力和加速度的变化规律及相互联系。

（3）会用能量观点分析水平弹簧振子动能、势能的变化情况，知道简谐运动中机械能守恒。

## 2．教材分析与教学建议

在前两节从运动学角度定义和描述简谐运动的基础上，本节从动力学角度认识物体做简谐运动的原因并再次定义简谐运动，分析简谐运动中的能量及其变化特点。教材再次以弹簧振子为例，分析回复力 *F* 与位移 *x* 的关系，从而帮助学生理解最基本、最简单的机械振动——简谐运动的受力特点。

之前，学生学习了胡克定律、牛顿运动定律及功能关系，在本章学生又学习了简谐运动的概念及其描述方法，所以本节学习简谐运动的回复力和能量、探究简谐运动的原因应是水到渠成的。学生对动力学的规律比较熟悉，这节课的任务是引导学生把知识和规律运用到新酌物理现象中，分析并解决问题。对于振动过程中的能量问题，教材从弹簧形变量的变化和振子速度的变化角度分析势能和动能的变化情况，未要求学生从功能关系角度来推导简谐运动过程中的机械能守恒。对于基础较好的学生，可以从功能关系角度定量分析简谐运动过程中的机械能守恒问题，从能量转化角度，理解简谐运动这一理想化模型。

### （1）问题引入

教材以弹簧振子的小球的受力满足什么特点才会做简谐运动引入本节内容，启发学生从动力学的角度思考简谐运动，自然地完成了从运动学角度研究向动力学角度研究的转化。

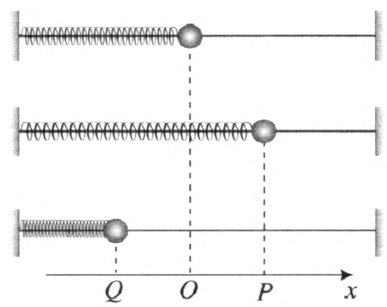
教学中教师可以引导学生思考：弹簧振子的小球从离开平衡位置向一侧运动时，速度如何变化？是什么原因引起了小球速度的变化？学生不难根据牛顿运动定律进行分析。教师可以进一步引导学生思考：小球从最大位移处向平衡位置运动时，速度如何变化？这时候小球所受的力又是如何变化的？这个力起了什么作用？

### （2）简谐运动的回复力

简谐运动的回复力，是根据物体所受力的效果来命名的。教学中，有两个难点需要突破。一个难点是 *F* = − *kx* 中“−”的引入，突破这一难点可以从定性和定量两个层面进行。定性分析时应该全面考虑平衡位置的两侧，分析位移的方向和回复力的方向是什么关系。定量分析时，以平衡位置为原点，建立坐标轴。从矢量的角度进行引导，力与位移方向相反已经体现在正方向规定后的“+”和“−”中，这样学生容易认识到 *F* = − *kx* 中的“−”表示回复力方向总是与位移方向相反。另一个难点是振动形成的原因，可以从回复力和小球的惯性两个方面加以引导：当小球的惯性使小球远离平衡位置时，回复力总是使小球回到平衡位置。

**教学片段**

**回复力**

教师引导：以平衡位置为原点，水平向右为正方向建立坐标轴 *x*。组织学生观察水平弹簧振子的振动（图 2–2）。

问题 1．小球运动到 P 点，位移如何表示？此时小球的回复力大小如何表示？

问题 2．小球运动到 Q 点，位移如何表示？此时小球的回复力大小如何表示？

问题 3．弹簧振子振动时，回复力与位移是什么关系？

### （3）简谐运动的能量

从能量守恒的角度对简谐运动进行分析时，仅限于水平弹簧振子。对于竖直的弹簧振子，涉及弹性势能、重力势能、动能三者的相互转化，不要求从能量的角度对它进行分析。

教师可以先引导学生从定性角度分析水平弹簧振子的动能、势能的变化，再让学生猜测机械能是否守恒，最后引导学生进行科学推理。

**教学片段**

**从功能关系角度分析简谐运动中的能量转化及其特点**

教师可以设置以下问题对学生进行引导。

问题 1．小球从平衡位置向 P 点运动的过程中（图 2–2），速度如何变化？动能如何变化？弹簧的形变量如何变化？弹性势能如何变化？

问题 2．振子从 P 向平衡位置运动的过程中，弹簧振子的速度如何变化？动能如何变化？弹簧的形变量如何变化？弹性势能如何变化？

对于基础较好的学生，可以再给出以下问题。

问题 3．弹簧振子在运动过程中，机械能是否守恒？能否从理论上进行证明？

再通过“思考与讨论”栏目，引导学生归纳总结出水平弹簧振子的位移大小、速度大小、动能、势能和机械能的变化规律，掌握简谐运动中动能、势能和机械能的变化规律以及分析方法，最后总结出：

机械能 = 任意位置的动能 + 势能 = 平衡位置的动能 = 最大位移处的势能

可以看出，水平弹簧振子在平衡位置的动能越大，振动的能量就越大。振幅越大，最大位移处的势能就越大，振动的能量就越大。

## 3．“练习与应用”参考答案与提示

本节共 4 道习题。第 1、2 题通过证明斜面上的弹簧振子、水中的筷子和圆弧上的小球的运动都是简谐运动，丰富了学生对简谐运动的认识，也深化了学生对回复力的理解。第 3 题运用牛顿第二定律来加深学生对平衡位置的认识。第 4 题利用振动图像让学全面认识简谐运动中的回复力、速度、加速度以及能量等物理量的变化规律。

1．小球静止时受到重力、斜面的支持力和弹簧拉力的作用。平衡时弹簧伸长了 *x*0，则 *mg*sin*θ* = *kx*0。弹簧拉长后，设离开平衡位置的位移为 *x*，规定 *x* 方向为正方向，则弹簧的拉力 *F*弹 = *k*（*x* + *x*0），小球沿斜面方向受的合力 *F* = *F*弹 + *mg*sin*θ* = − *k*（*x* + *x*0）+ *mg*sin*θ* = − *kx*，所以小球的运动是简谐运动。

2．（1）如果不考虑水的黏滞阻力，木筷受到重力和浮力，重力恒定不变，浮力与排开水的体积成正比，把木筷静止时的位置看作平衡位置。以平衡位置为坐标原点，如果木筷所受的合力与其偏离平衡位置的位移大小成正比，且方向相反，则可以判定木筷做简谐运动。证明如下：设水的密度为 *ρ*，横截面积为 *S*，静止时浸入水中的深度为 *h*0，则 *mg* = *ρgSh*0，木筷离开平衡位置的位移为 *x*，木筷所受的浮力 *F*ʹ = *ρgS*（*x* + *h*0）。规定向下为正方向，则木筷受到的合力 *F* = *mg* − *F*ʹ = − *ρgSx* = − *kx*。由此可知，木筷的运动是简谐运动。

（2）小球受到重力和圆弧面的支持力。重力恒定不变，支持力始终与运动方向垂直。重力沿圆弧切线方向的分力充当回复力，如果能够证明该力与小球偏离平衡位置的位移大小成正比，并且指向平衡位置，则可以判定小球做简谐运动。具体证明方法，可请同学预习第4 节内容。

3．平衡位置在 A、B 点之间，距 A 点 4 cm，距 B 点 6 cm。

提示：以 AB 方向为正方向，在 A 点有 *F*A = − *kx*A = *ma*A，在 B 点有 *F*B = − *kx*B = *ma*B，且 A、B 在平衡位置两侧，故 *x*B − *x*A = 10 cm。解得：*x*A = − 4 cm，*x*B = 6 cm。即平衡位置在 A、B 之间，距 A 点 4 cm．距 B 点 6 cm。

4．（1）0.6 s、1.2 s、1.4 s； （2）0.2 s、1.0 s、1.2 s； （3）0、0.2 s、0.6 s、0.8 s、1.0 s、1.2 s、1.4 s； （4）0.1 ~ 0.3 s、0.5 ~ 0.7 s、0.9 ~ 1.1 s、1.3 ~ 1.5 s； （5）0 ~ 0.1 s、0.3 ~ 0.5 s、0.7 ~ 0.9 s，1.1 ~ 1.3 s。