# 第一章 动量守恒定律 第 3 节 动量守恒定律

## 问题？

第一节中我们通过分析一辆运动的小车碰撞一辆静止的小车，得出碰撞前后两小车的动量之和不变的结论。对于冰壶等物体的碰撞也是这样的吗？怎样证明这一结论呢？这是一个普遍的规律吗？

动量定理给出了单个物体在一个过程中所受力的冲量与它在这个过程始末的动量变化量的关系，即 *F*Δ*t* = *p*′ − *p*。如果我们用动量定理分别研究两个相互作用的物体，会有新的收获吗？

## 相互作用的两个物体的动量改变

如图 1.3–1，在光滑水平桌面上做匀速运动的两个物体 A、B，质量分别是 *m*1 和 *m*2，沿同一直线向同一方向运动，速度分别是 *v*1 和 *v*2，*v*2 > *v*1。当 B 追上 A 时发生碰撞。碰撞后 A、B 的速度分别是 *v*1′ 和 *v*2′。碰撞过程中 A 所受 B 对它的作用力是 *F*1，B 所受 A 对它的作用力是 *F*2。碰撞时，两物体之间力的作用时间很短，用 Δ*t* 表示。

*v*2

*v*1

*m*2

*m*1

B

A

图 1.3–1 用牛顿运动定律分析碰撞过程

根据动量定理，物体 A 动量的变化量等于它所受作用力 *F*1 的冲量，即

*F*1Δ*t* = *m*1*v*1′ − *m*1*v*1

物体 B 动量的变化量等于它所受作用力 *F*2 的冲量，即

*F*2Δ*t* = *m*2*v*2′ − *m*2*v*2

根据牛顿第三定律 *F*1 = − *F*2，两个物体碰撞过程中的每个时刻相互作用力 *F*1 与 *F*2 大小相等、方向相反，故有

*m*1*v*1′ − *m*1*v*1 = −（*m*2*v*2′ − *m*2*v*2）

*m*1*v*1′ + *m*2*v*2′ = *m*1*v*1 + *m*2*v*2 （1）

这说明，两物体碰撞后的动量之和等于碰撞前的动量之和，并且该关系式对过程中的任意两时刻的状态都适用。

那么，碰撞前后满足动量之和不变的两个物体的受力情况是怎样的呢？两物体各自既受到对方的作用力，同时又受到重力和桌面的支持力，重力和支持力是一对平衡力。两个碰撞的物体在所受外部对它们的作用力的矢量和为 0 的情况下动量守恒。

## 动量守恒定律

一般而言，碰撞、爆炸等现象的研究对象是两个（或多个）物体。我们把由两个（或多个）相互作用的物体构成的整体叫作一个力学系统，简称系统（system）。例如，研究炸弹的爆炸时，它的所有碎片及产生的燃气构成的整个系统是研究对象。

系统中物体间的作用力，叫作内力（internal force）。系统以外的物体施加给系统内物体的力，叫作外力（external force）。

理论和实验都表明：如果一个系统不受外力，或者所受外力的矢量和为 0，这个系统的总动量保持不变。这就是动量守恒定律（law of conservation of momentum）。

### 思考与讨论

如图 1.3–2，静止的两辆小车用细线相连，中间有一个压缩了的轻质弹簧。烧断细线后，由于弹力的作用，两辆小车分别向左、右运动，它们都获得了动量，它们的总动量是否增加了？

图 1.3–2 弹簧使静止小车分开

【例题 1】

如图1.3–3，在列车编组站里，一辆质量为1.8×104 kg的货车在平直轨道上以 2 m/s 的速度运动，碰上一辆质量为 2.2×104 kg的静止的货车，它们碰撞后结合在一起继续运动。求货车碰撞后运动的速度。

图 1.3–3

*v*

*x*

*O*

**分析** 两辆货车在碰撞过程中发生相互作用，将它们看成一个系统，这个系统是我们的研究对象。系统所受的外力有：重力、地面支持力和摩擦力。重力与支持力之和等于 0，摩擦力远小于系统的内力，可以忽略。因此，可以认为碰撞过程中系统所受外力的矢量和为 0，动量守恒。

为了应用动量守恒定律解决这个问题，需要确定碰撞前后的动量。

**解** 已知 *m*1 =1.8×104 kg，*m*2 =2.2×104 kg。沿碰撞前货车运动的方向建立坐标轴（图1.3-3），有 *v*1 = 2 m/s。设两车结合后的速度为 *v*。两车碰撞前的总动量为

*p* = *m*1*v*1

碰撞后的总动量为

*p*′ =（*m*1 + *m*2）*v*

根据动量守恒定律可得

（*m*1 + *m*2）*v* = *m*1*v*1

解出

*v* =

= m/s

= 0.9 m/s

两车结合后速度的大小是 0.9 m/s；*v* 是正值，表示两车结合后仍然沿坐标轴的方向运动，即仍然向右运动。

【例题2】

一枚在空中飞行的火箭质量为 *m*，在某时刻的速度为 *v*，方向水平，燃料即将耗尽。此时，火箭突然炸裂成两块（图1.3–4），其中质量为 *m*1 的一块沿着与 *v* 相反的方向飞去，速度为 *v*1。求炸裂后另一块的速度 *v*2。

图 1.3–4

*x*

*O*

*m*1

*v*

**分析** 炸裂前，可以认为火箭是由质量为 *m*1 和（*m* – *m*1）的两部分组成。考虑到燃料几乎用完，火箭的炸裂过程可以看作炸裂的两部分相互作用的过程。这两部分组成的系统是我们的研究对象。

在炸裂过程中，火箭受到重力的作用，所受外力的矢量和不为 0，但是所受的重力远小于爆炸时的作用力，所以可以认为系统满足动量守恒定律的条件。

**解** 火箭炸裂前的总动量为

*p* = *mv*

炸裂后的总动量为

*p*′ = *m*1*v*1 +（*m* – *m*1）*v*2

物体炸裂时一般不会正好分成两块，也不会正好沿水平方向飞行，这里对问题进行了简化处理。

根据动量守恒定律可得

*m*1*v*1 +（*m* – *m*1）*v*2 = *mv*

解出

*v*2 =

解题时涉及的速度，都是相对于地面的速度。

若沿炸裂前速度 *v* 的方向建立坐标轴，*v* 为正值；*v*1 与 *v* 的方向相反，*v*1 为负值。此外，一定有 *m* – *m*1 > 0。于是，由上式可知，*v*2 应为正值。这表示质量为（*m* – *m*1）的那部分沿着与坐标轴相同的方向，即沿着原来的方向飞去。这个结论容易理解。炸裂的一部分沿着与原来速度相反的方向飞去，另一部分不会也沿着这个方向飞去，否则，炸裂后的总动量将与炸裂前的总动量方向相反，动量就不可能守恒了。

## 动量守恒定律的普适性

既然许多问题可以通过牛顿运动定律解决，为什么还要研究动量守恒定律？

用牛顿运动定律解决问题要涉及整个过程中的力。在实际过程中，往往涉及多个力，力随时间变化的规律也可能很复杂，使得问题难以求解。但是，动量守恒定律只涉及过程始末两个状态，与过程中力的细节无关。这样，问题往往能大大简化。

事实上，动量守恒定律的适用范围非常广泛。近代物理的研究对象已经扩展到我们直接经验所不熟悉的高速（接近光速）、微观（小到分子、原子的尺度）领域。研究表明，在这些领域，牛顿运动定律不再适用，而动量守恒定律仍然正确。

## 练习与应用

本节共设置了 6 道习题，全部考查动量守恒定律的应用。第 1 题是系统外力为 0 时的动量守恒问题。第 2、3 题是应用动量守恒定律来解决简单问题，通过练习，理解动量守恒定律的条件和矢量性。第 4 题涉及多个作用过程，体现动量守恒定律在解决多过程问题中的优越性，同时也说明动量守恒定律不只适用于两个物体间的相互作用，也适用于多个物体间的相互作用。第 5 题实际上给出了应用动量守恒定律测量物体质量的方法。第 6 题涉及两个物理过程，主要利用动量守恒定律和机械能守恒定律来求解问题，也是某一方向动量守恒的特例。

1．甲、乙两人静止在光滑的冰面上，甲推乙后，两人向相反方向滑去（图 1.3–5）。在甲推乙之前，两人的总动量为 0 ；甲推乙后，两人都有了动量，总动量还等于 0 吗？已知甲的质量为 45 kg，乙的质量为 50 kg，甲的速率与乙的速率之比是多大？

图 1.3–5

**参考解答**：总动量等于 0；=

2．在光滑水平面上，A、B 两个物体在同一直线上沿同一方向运动，A 的质量是 5 kg，速度是 9 m/s，B 的质量是 2 kg，速度是 6 m/s。A 从后面追上 B，它们相互作用一段时间后，B 的速度增大为 10 m/s，方向不变，这时 A 的速度是多大？方向如何？

**参考解答**：A 物体的速度大小为 7.4 m/s，方向与初速度方向相同。

3．质量是 10 g 的子弹，以 300 m/s 的速度射入质量是 24 g、静止在光滑水平桌面上的木块。

（1）如果子弹留在木块中，木块运动的速度是多大？

（2）如果子弹把木块打穿，子弹穿过后的速度为 100 m/s，这时木块的速度又是多大？

**参考解答**：（1）88.2 m/s；（2）83.3 m/s

4．某机车以 0.4 m/s 的速度驶向停在铁轨上的 7 节车厢，与它们对接。机车与第一节车厢相碰后，它们连在一起具有一个共同的速度，紧接着又与第二节车厢相碰，就这样，直至碰上最后一节车厢。设机车和车厢的质量都相等，求：与最后一节车厢碰撞后车厢的速度。铁轨的摩擦忽略不计。

**参考解答**：0.05 m/s

5．甲、乙两个物体沿同一直线相向运动，甲物体的速度是 6 m/s，乙物体的速度是 2 m/s。碰撞后两物体都沿各自原方向的反方向运动，速度都是 4 m/s。求甲、乙两物体的质量之比。

**参考解答**：=

6．细线下吊着一个质量为 *m*1 的静止沙袋，沙袋到细线上端悬挂点的距离为 *l*。一颗质量为 *m* 的子弹水平射入沙袋并留在沙袋中，随沙袋一起摆动。已知沙袋摆动时摆线的最大偏角是 *θ*，求子弹射入沙袋前的速度。

**参考解答**：*v*0 =

提示：设子弹射入沙袋前的速度为 *v*0，射入后子弹和沙袋的共同速度为 *v*1，根据动量守恒定律有 *mv*0 = （*m*1 + *m*）*v*1。子弹和沙袋沿圆弧向上摆至最高点的过程中，根据机械能守恒定律有 （*m* + *m*1）*v*12 = （*m* + *m*1）*gl*（1 − cos*θ*）。根据上面两式，解得 *v*0 = 。

# 第 3 节 动量守恒定律 教学建议

## 1．教学目标

（1）能运用动量定理和牛顿第三定律分析碰撞现象中的动量变化。

（2）在了解系统、内力和外力的基础上，理解动量守恒定律。

（3）能够运用动量守恒定律分析生产生活中的有关现象。

（4）了解动量守恒定律的普遍适用性和牛顿运动定律适用范围的局限性。

## 2．教材分析与教学建议

动量守恒定律既适用于宏观世界，也适用于微观世界；既适用于低速运动，又适用于高速运动。它是适用范围比牛顿运动定律更广的一条普遍规律。本节根掘牛顿第三定律和动量定理推导得出：不受外力（或所受合外力为 0）的系统，在系统内部相互作用的过程中，系统的总动量守恒。建立在牛顿第三定律及动量定理基础上的理论推导和本章第 1 节的实验探究相结合，有利于帮助学生更好地理解动量守恒定律，深化对物体之间相互作用规律的理解。动量守恒定律既是本章的核心内容，也是整个高中物理的重点内容。

本节的教学重点是理解动量守恒定律的内容和适用条件，掌握运用动量守恒定律解决问题的步骤，并能应用动量守恒定律解决相关的问题。

### （1）问题引入

教材通过回忆第 1 节两辆小车碰撞的实验结论，引导学生思考“碰撞前后动量不变”的结论是否适用于一般的碰撞现象，如冰壶等物体的碰撞，以及“怎样证明这一结论呢？这是一个普遍现象吗？”也可以通过视频提供更多两个物体相互作用前后动量变化的问题来引导学生思考，通过对实验结果适用性的追问，自然地从实验研究转向理论推导。

### （2）相互作用的两个物体的动量改变

在利用牛顿第三定律和动量定理推导两物体碰撞前后动量之和不变的过程中，由于涉及两个物体的动量变化表达式，一开始就要引导学生确定正方向，规范地表达碰撞前后的动量。

在推导前建议多举一些实际的例子让学生了解系统、内力和外力的概念。系统是我们的研究对象，与单个物体不同，它是两个或两个以上相互作用的物体构成的整体，内力和外力是针对系统而言的。

**教学片段**

**分析两物体碰撞前后动量之和的变化**

问题情境：如教材图 1.3–1 所示，在光滑水平桌面上做匀速运动的两个物体 A、B，质量分别是 *m*1 和 *m*2，沿同一直线向同一方向运动，速度分别是 *v*1 和 *v*2，*v*2 > *v*1。当物体B追上物体 A 时发生碰撞。

问题 1．若要研究碰撞前后两物体的动量之和，研究过程是哪一段？系统该如何选取？内力和外力分别是哪些力？

问题 2．物体 A、B 受到哪些力的作用？影响物体 A、B 动量变化的是哪些力的冲量？这些冲量之间有什么关系？

问题 3．规定初速度方向为正方向，结合牛顿第三定律与动量定理，分别列出求解两个物体动量变化的表达式，比较物体 A、B 碰撞前后的动量之和，你有什么发现？

问题 4．碰撞时的相互作用力其实是变力，上述推导结果依然正确吗？为什么？

在利用牛顿第二定律和动量定理推导动量守恒定律的过程中，要提醒学生注意：推导中涉及的速度、力和动量等物理量都是矢量，在使用中一定要先选定正方向，之后，对于同一直线上的矢量，就可用正负号来表示了。

推导结果表明相互作用前系统的总动量等于相互作用后系统的总动量，需要指出的是，虽然两物体之间的作用力是变力，但由于两个力在碰撞过程中的每个时刻都大小相等、方向相反，因此，推导结果对过程中的任意两时刻的状态都适用。

### （3）动量守恒定律

教学中要使学生明确动量守恒定律的内容，理解动量守恒条件，理解总动量就是系统内各个物体动量的矢量和。可以设置多种情境，列出多种表达式，以帮助学生理解。

对守恒条件的理解，首先要明确研究的对象不是一个物体，而是相互作用的两个或两个以上的物体所构成的整体。守恒条件有：①系统不受外力；②系统受外力作用，但所受外力的矢量和为 0；③系统受外力作用，所受外力的矢量和也不为 0，但远小于物体间的相互作用力。最后一种情况，严格地说只是动量近似守恒，但却是最常见的情况。例如，两个球在水平面上相互碰撞时，外力（地面的摩擦力）远小于球相互间的作用力；飞行的手榴弹爆炸时，重力远小于爆炸时弹片间的相互作用力；大炮发射时地面对炮身的阻力远小于炮身与炮弹的相互作用力。

“思考与讨论”中，两辆小车用细线相连，中间有一个压缩了的轻质弹簧。细线烧断后，两辆小车的动量发生变化，通过交流讨论深化对动量守恒定律的条件及动量守恒定律的矢量性的理解。

也可以列举一些不满足动量守恒的例子，如用肩部紧抵住步枪枪托进行射击时，子弹和枪身组成的系统的动量就不守恒，加深学生对守恒条件的理解。教学中要让学生明确：

①动量守恒定律的表达武，实际上是一个矢量式。用来处理一维问题时要选定一个正方向，将一维矢量运算简化为代数运算。表达式 *m*1*v*1ʹ + *m*2*v*2ʹ = *m*1*v*1 + *m*2*v*2 中的运算符号是加号，但速度本身可能是正值，也可能是负值。

②动量守恒定律指的是系统在任意时刻的总动量不变，即系统的总动量在整个相互作用过程中保持不变，但系统内每一个物体的动量可以改变。

③应用动量守恒定律时，各物体的速度必须是相对同一惯性系的速度，一般以地球为参考系。

④动量守恒定律不仅适用于宏观系统，也适用于微观系统。

动量守恒定律在现实生产与生活中有广泛的应用。

在分析教材例 1、例 2 的过程中，应引导学生明确系统、内力和外力，判断题中情况是否满足守恒条件，规定正方向。例 1 中列车的碰撞过程瞬间完成，相互作用时间短、作用力大。若把两列车视为一个系统，碰撞过程属于内力远大于外力（地面摩擦力）的情况，两列车所组成的系统动量近似守恒。例 2 以水平飞行火箭爆炸后分为两块为情景，教材指出物体的爆炸过程往往比较复杂，例 2 中设计的“水平方向”与“两块”是简化后的爆炸模型。

分析物理现象不但要明确研究对象，而且要明确研究的是哪一段过程，知道相互作用过程的初状态是刚开始岌生相互作用时的状态，末状态是相互作用刚结束时的状态。分析清楚所研究的对象与过程，再分别画出初、末状态的示意图，取相互作用物体的一个已知的初速度方向为正方向，其他所有速度以此为参照分别取正、负，速度大小为相对于地面的速度值，再写出初、末状态的总动量，最后列方程求解，并对求解结果进行讨论。

**教学片段**

**对“例题 2”的拓展**

题目变形：一枚在空中飞行的火箭，质量为 *m*，在某时刻的速度为 *v*，燃料即将耗尽。此时火箭突然炸裂成两块，其中质量为 *m*1 的一块沿着与初速度相同的方向飞去，速度为 *v*1。求炸裂后另一块的速度 *v*2。

问题 1．此题的条件与原题有哪些变化？

问题 2．在此爆炸过程中动量还守恒吗？你是如何判断是否守恒的？如果守恒，其动量守恒的表达式如何写？

问题 3．另一块的飞行方向如何判断？

本题跟原题相比有两个不同：一是初速度的方向不一定是水平的；二是炸裂后已知的那块速度与初速度同向，则另一块的速度方向就需要分类讨论。

学生容易分析得出火箭在爆炸过程中内力远大于自身的重力，系统的动量守恒，相互作用前后动量均在同一直线上。选初速度的方向为正方向，有：

*mv* = *m*1*v*1 +（*m* – *m*1）*v*2

解得 *v*2 =

讨论得出：①

若 *mv* > *m*1*v*1，则 *v*2 > 0，即另一块的运动方向也与初速度相同；

②若 *mv* = *m*1*v*1，则 *v*2 = 0，即另一块炸后瞬间速度为 0；

③若 *mv* < *m*1*v*1，则 *v*2 < 0，即另一块的运动方向与初速度相反。

问题4．火箭在炸裂前后，系统的机械能守恒吗？如果机械能不守恒，机械能是怎样变化的？

在教学中进行拓展教学，可加深学生对动量守恒定律应用的理解，最后从能量的角度来分析问题，能够帮助学生进一步深刻理解自然界规律的统一性和适用性。

教学过程还可通过创设丰富的生活情境来提高学生对真实问题的解决能力。

### （4）动量守恒定律的普适性

为避免给学生造成动量守恒定律是牛顿运动定律的导出结果的错误认识，强调动量守恒定律作为自然界普遍适用的实验定律的地位，教材专门安排了一段讲述动量守恒定律的普遍适用性和牛顿运动定律适用范围局限性的内容。

牛顿运动定律和动量守恒定律不是等价的，动量守恒定律是一个独立的实验定律，它适用于到目前为止物理学研究的一切领域，而牛顿运动定律只适用于宏观低速的情形。应用动量守恒定律解决碰撞等问题时，因不涉及过程中复杂的相互作用情况而显得更为方便。

## 3．“练习与应用”参考答案与提示

本节共设置了 6 道习题，全部考查动量守恒定律的应用。第 1 题是系统外力为 0 时的动量守恒问题。第 2、3 题是应用动量守恒定律来解决简单问题，通过练习，理解动量守恒定律的条件和矢量性。第 4 题涉及多个作用过程，体现动量守恒定律在解决多过程问题中的优越性，同时也说明动量守恒定律不只适用于两个物体间的相互作用，也适用于多个物体间的相互作用。第 5 题实际上给出了应用动量守恒定律测量物体质量的方法。第 6 题涉及两个物理过程，主要利用动量守恒定律和机械能守恒定律来求解问题，也是某一方向动量守恒的特例。

1．总动量等于 0；=

2．A 物体的速度大小为 7.4 m/s，方向与初速度方向相同。

3．（1）88.2 m/s； （2）83.3 m/s

4．0.05 m/s

5．=

6．*v*0 =

提示：设子弹射入沙袋前的速度为 *v*0，射入后子弹和沙袋的共同速度为 *v*1，根据动量守恒定律有 *mv*0 = （*m*1 + *m*）*v*1。子弹和沙袋沿圆弧向上摆至最高点的过程中，根据机械能守恒定律有 （*m* + *m*1）*v*12 = （*m* + *m*1）*gl*（1 − cos*θ*）。根据上面两式，解得 *v*0 = 。