# 第五章 4 抛体运动的规律

## 问题？

在排球比赛中，你是否曾为排球下网或者出界而感到惋惜？如果运动员沿水平方向击球，在不计空气阻力的情况下，要使排球既能过网，又不出界，需要考虑哪些因素？如何估算球落地时的速度大小？



上节课我们通过实验探究了平抛运动的特点，本节我们将从理论分析的角度，对抛体运动的规律作进一步分析。

## 平抛运动的速度

在研究直线运动时，我们已经认识到，为了得到物体的速度与时间的关系，要先分析物体受到的力，由合力求出物体的加速度，进而得到物体的速度与时间的关系。关于平抛运动，我们仍然可以遵循这样的思路，只是要在相互垂直的两个方向上分别研究。

以速度 *v*0 沿水平方向抛出一物体，物体做平抛运动。以抛出点为原点，以初速度 *v*0 的方向为 *x* 轴方向，竖直向下的方向为 *y* 轴方向，建立平面直角坐标系（图 5.4–1）。

*vy*

*v*

*θ*

*vx*

*v*0

*O*

*x*

*y*

图 5.4–1 速度和它在 *x*、*y* 方向上的分矢量

由于物体受到的重力是竖直向下的，它在 *x* 方向的分力是 0，根据牛顿运动定律，物体在 *x* 方向的加速度是 0；又由于物体在 *x* 方向的分速度 *vx* 在运动开始的时候是 *v*0 ，所以它将保持 *v*0 不变，与时间 *t* 无关，即在整个运动过程中始终有

*vx* = *v*0

在 *y* 方向受到的重力等于 *mg*。以 *a* 表示物体在 *y* 方向的加速度，应用牛顿第二定律，得到 *mg* = *ma*，所以 *a* = *g*，即物体在竖直方向的加速度等于自由落体加速度。

物体的初速度 *v*0 沿 *x* 方向，它在 *y* 方向的分速度是 0，所以，物体在 *y* 方向的分速度 *vy* 与时间 *t* 的关系是

*vy* = *gt*

根据矢量运算法则，代表速度矢量 *v* 和它的两个分矢量 *vx*、*vy* 的三个有向线段正好构成一个矩形的对角线和一对邻边（图 5.4–1）。由勾股定理可知

*v* = =

由此式可知，物体在下落过程中速度 *v* 越来越大，这与日常经验是一致的。

速度的方向可以由图 5.4-1 中的夹角 *θ* 来表示。在图中，*θ* 是直角三角形的一个锐角，它的正切等于对边与邻边之比，即

tan *θ* = =

由上式可知，随着物体的下落，角 *θ* 越来越大。也就是说，物体运动的方向越来越接近竖直向下的方向。这也与日常经验一致。

【例题1】

将一个物体以 10 m/s 的速度从 10 m 的高度水平抛出，落地时它的速度方向与水平地面的夹角 *θ* 是多少？不计空气阻力，*g* 取 10 m/s2。

**分析** 物体在水平方向不受力，所以加速度的水平分量为 0，水平方向的分速度是初速度 *v*0 = 10 m/s；在竖直方向只受重力，加速度为 *g*，初速度的竖直分量为 0，可以应用匀变速直线运动的规律求出竖直方向的分速度。按题意作图 5.4–2，求得分速度后就可以求得夹角 *θ*。

*v*0

*h*

*vx*

*θ*

*O*

*x*

*y*

*vy*

*v*

图 5.4–2

**解** 以抛出时物体的位置 *O* 为原点，建立平面直角坐标系，*x* 轴沿初速度方向，*y* 轴竖直向下。

落地时，物体在水平方向的分速度

*vx* = *v*0 = 10 m/s

根据匀变速直线运动的规律，落地时物体在竖直方向的分速度 *vy* 满足以下关系

*vy*2 － 0 = 2*gh*

由此解出

*vy* = = m/s = 14.1 m/s

tan*θ* = = = 1.41，即 *θ* = 55°

物体落地时速度与水平地面的夹角 *θ* 是 55°。

## 平抛运动的位移与轨迹

物体被抛出后，它对于抛出点 *O* 的位移的大小、方向都在变化。这种情况下我们就要分别研究它在水平和竖直两个方向上的分位移 *x* 和 *y*。

通过前面的讨论我们已经知道，做平抛运动的物体在 *x* 方向的分运动是匀速直线运动，*vx* = *v*0。根据做匀速直线运动物体的位移与时间的关系可知，这个物体的水平分位移与时间的关系是

*x* = *v*0*t* （1）

物体在 *y* 方向的分运动是从静止开始、加速度为 *g* 的匀加速运动，*vy* = *gt*。根据自由落体运动的知识可知，做平抛运动的物体的竖直分位移与时间的关系是

*y* = *gt*2 （2）

物体的位置是用它的坐标 *x*、*y* 描述的，所以，（1）（2）两式确定了物体在任意时刻 *t* 的位置和位移。

物体的位置和位移可以由 *x*、*y* 确定，物体的轨迹方程也可以由 *x*、*y* 确定。

从（1）式解出 *t* = ，代入（2）式，得到

*y* = *x*2 （3）

在这个式子中，自由落体加速度 *g*、物体的初速度 *v*0 都是常量，也就是说，这个量与 *x*、*y* 无关，因此（3）式具有 *y* = *ax*2 的形式。根据数学知识可知，它的图像是一条抛物线（parabola）。

平抛运动的轨迹是一条抛物线。数学中把二次函数的图线叫作抛物线，这个名称就是由抛体运动得来的。

### 做一做

研究上节课所得到的钢球的运动轨迹，看看是否为一条抛物线。

【例题2】

如图 5.4–3，某同学利用无人机玩“投弹”游戏。无人机以 *v*0 = 2 m/s 的速度水平向右匀速飞行，在某时刻释放了一个小球。此时无人机到水平地面的距离 *h* = 20 m，空气阻力忽略不计，*g* 取 10 m/s2 。

图 5.4–3

（1）求小球下落的时间。

（2）求小球释放点与落地点之间的水平距离。

**分析** 忽略空气阻力，小球脱离无人机后做平抛运动，它在竖直方向的分运动是自由落体运动，根据自由落体运动的特点可以求出下落的时间，根据匀速直线运动的规律可以求出小球释放点与落地点之间的水平距离。

**解** （1）以小球从无人机释放时的位置为原点 *O* 建立平面直角坐标系（图 5.4–4），*x* 轴沿初速度方向，*y* 轴竖直向下。设小球的落地点为 *P*，下落的时间为 *t*，则满足

*v*0

*h*

*O*

*x*

*y*

*l*

*P*

图 5.4–4

*h* = *gt*2

所以小球落地的时间

*t* = = s = 2 s

（2）因此，小球落地点与释放点之间的水平距离

*l* = *v*0*t* = 2×2 m = 4 m

小球落地的时间为 2 s，落地点与释放点之间的水平距离为 4 m。

## 一般的抛体运动

如果物体被抛出时的速度 *v*0 不沿水平方向，而是斜向上方或斜向下方（这种情况常称为斜抛），它的受力情况与平抛运动完全相同：在水平方向不受力，加速度是 0；在竖直方向只受重力，加速度是 *g*。

但是，斜抛运动沿水平方向和竖直方向的初速度与平抛运动不同。如果斜抛物体的初速度 *v*0 与水平方向的夹角为 *θ*，则水平方向分速度 *v*0*x* = *v*0cos*θ*，竖直方向分速度 *v*0*y* = *v*0sin*θ*。

仿照平抛运动的处理方法也能得到描述斜抛运动的几个关系式。图 5.4–5 是根据这一规律描绘出的斜抛运动的轨迹。生活中常见的斜抛运动很多，比如斜向上喷出的水的径迹可以认为是斜抛运动的轨迹（图 5.4–6）。

*O*

*y*

*θ*

*v*0

*v*0*y*

*v*0*x*

图 5.4–5 斜抛物体的轨迹

图 5.4–6 喷出的水做斜抛运动

### 思考与讨论

尝试导出表达图 5.4-5 所示的斜抛运动轨迹的关系式。讨论这个关系式中物理量之间的关系，看看能够得出哪些结论。

以上讨论有一个前提，即空气阻力可以忽略。如果速度不大，例如用手抛出一个石块，这样处理的误差不大。但是物体在空气中运动时，速度越大，阻力也越大，所以，研究炮弹的运动时就不能忽略空气阻力。根据你的推测，炮弹运动的实际轨迹大致是怎样的？

## 练习与应用

本节配置了 4 道习题，目的是让学生更好地理解平抛运动的规律，并用来对实际的物理现象进行推理和获得结论。第 1 题通过计算平抛运动物体的运动学参量，加深学生对平抛运动规律的理解。第 2 题和第 3 题要求学生能在实际的问题情境中应用常见的物理模型，进行分析和推理，解决实际问题。第 4 题要求学生能对综合性物理问题进行分析和推理，能对已学知识进行拓展和迁移，培养学生的科学思维能力。

1．用 *m*、*v*0 、*h* 分别表示平抛运动物体的质量、初速度和抛出点离水平地面的高度，不考虑空气阻力，以下物理量是由上述哪个或哪几个物理量决定的？为什么？

A．物体在空中运动的时间

B．物体在空中运动的水平位移

C．物体落地时瞬时速度的大小

D．物体落地时瞬时速度的方向

**参考解答**：A．下落高度，*t* =

B．下落高度和初速度，*x* = *v*0*t* = *v*0

C．下落高度和初速度，*v* = =

D．下落高度和初速度，tan*θ* = =

2．如图 5.4–7，在水平桌面上用硬练习本做成一个斜面，使小钢球从斜面上某一位置滚下，钢球沿桌面飞出后做平抛运动。怎样用一把刻度尺测量钢球离开水平桌面时速度的大小？说出测量步骤，写出用所测的物理量表达速度的关系式。

图 5.4–7

**参考解答**：测量步骤如下。

①让小球从斜面上某一位置 A 无初速释放。

②测量小球在地面上的落点 P 与桌子边沿的水平距离 *x*。

③测量小球在地面上的落点 P 与水平桌面竖直距离 *y*。

小球离开桌面的初速度 *v* = *x*。

提示：应用平抛运动的规律进行推导，得出实验原理的表达式 *v* = *x*，再根据表达式设计实验步骤，测量水平初速度。

3．某卡车在限速 60 km/h 的公路上与路旁障碍物相撞。处理事故的警察在泥地中发现一个小的金属物体，可以判断，它是车顶上一个松脱的零件，事故发生时被抛出而陷在泥里。警察测得这个零件在事故发生时的原位置与陷落点的水平距离为 17.3 m，车顶距泥地的高度为 2.45 m。请你根据这些数据为该车是否超速提供证据。

**参考解答**：该车已经超速。

零件做平抛运动，在竖直方向的位移 *y* = *gt*2，经历时间 *t* = = s = 0.71 s，在水平方向位移 *x* = *vt* = 17.3 m。

零件做平抛运动的初速度 *v* = = m/s = 24.4 m/s = 87.8 km/h > 60 km/h，所以该车已经超速。

提示：卡车与障碍物相撞时，立即停下，车顶上松脱的零件以原来的速度离开卡车后做平抛运动。练习面对真实情境，建立平抛运动模型，应用平抛运动的规律分析解决实际问题。

4．某个质量为 *m* 的物体在从静止开始下落的过程中，除了重力之外还受到水平方向大小、方向都不变的力 *F* 的作用。

（1）求它在时刻 *t* 的水平分速度和竖直分速度。

（2）建立适当的坐标系，写出这个坐标系中代表物体运动轨迹的关系式。这个物体的运动轨迹是怎样的？

**参考解答**：（1）水平分速度 *vx* = ，竖直分速度 *vy* = *gt*

（2）*y* = *x*，运动轨迹为一条直线

提示：（1）物体在力 *F* 的作用下，在水平方向的加速度 *a* = ，因此在时刻 *t* 的水平分速度 *vx* = *at* = 。在竖直方向只受重力的作用，在时刻 *t* 的竖直分速度 *vy* = *gt*。

（2）水平方向 *x* = *at*2 = ，竖直方向 *y* = *gt*2，由这两式可得 *y* = *x*。式中 为一常数，因此物体的运动轨迹为一条直线。

本题要求学生能分别求出物体在水平和竖直两个方向上的速度和位移，最后写出其运动轨迹方程。练习将运动的合成与分解、平抛运动的思想方法加以拓展和迁移。

# 第 4 节 抛体运动的规律 教学建议

## 1．教学目标

（1）知道抛体运动的受力特点，会用运动的合成与分解的方法对平抛运动进行理论分析。

（2）理解平抛运动的规律，知道平抛运动的轨迹是抛物线，会计算平抛运动的速度及位移，会解决与平抛运动相关的实际问题。

（3）认识平抛运动研究中等效替代的思想和“化繁为简”的思想，并能够用来研究一般的抛体运动。

（4）通过用平抛运动的知识解决和解释自然、生活和生产中的例子，认识到平抛运动的普遍性，体会物理学的应用价值。

## 2．教材分析与教学建议

平抛运动是常见的曲线运动之一，可作为应用运动的合成和分解知识的典型案例，它也是研究一般抛体运动的基础。本节在前一节用实验探究平抛运动特点的基础上，进一步从理论的角度分析得出平抛运动的规律，为一般抛体运动的研究和类平抛问题的求解奠定基础。

本节既是运动和力、牛顿运动定律应用的延续，又是研究曲线运动方法的具体应用，不仅涉及运动规律、牛顿运动定律，还涉及运动分析、受力分析和分解方法，以及建立坐标系、解决问题的程序与规范等，具有很强的综合性。

为了让学生深入体验解决问题的程序与规范，在教学中应将观摩学习与主动学习相结合。首先由教师示范问题解决的过程，并提炼幽相应的程序与规范，然后要求学生主动按照这一程序来解决新的实际问题。在学习过程中，教师要充分展示学生的问题解决过程，让全体学生关注解决问题的程序是否完整和规范。

### （1）抛体运动的特点

通过实例，让学生分析、判断物体是否做抛体运动，进而理解抛体运动是匀变速运动。

先回顾抛体运动、平抛运动的条件，然后分析这些物体的受力情况与初速度的特点，比较排球、铅球和纸飞机所受重力与空气阻力、空气升力的大小关系，得出排球、铅球所受的空气阻力可忽略（理想化方法），这样就可以确定物体是否做平抛运动。弄清楚受力情况后，利用牛顿运动定律可确定物体运动的加速度。学生虽然不清楚升力的大小，但从纸飞机在竖直方向的运动情况可以推知升力与重力相差不大。

**教学片段**

**抛体运动是匀变速运动**

图片或视频展示如下问题情境：排球比赛时，运动员沿水平方向将球击出；铅球运动员将铅球斜向上推出；小朋友将纸飞机水平扔出。

问题 1．物体做抛体运动、平抛运动的条件是什么？上述情境中，排球、铅球及纸飞机，哪些物体做抛体运动，哪些做平抛运动？

问题 2．若不计空气阻力，排球和铅球的运动有什么共同点？

### （2）平抛运动的速度

程序与规范对于解决复杂问题来说非常重要，好的程序与规范隐含了正确的思维方式。教师要引导学生建立并掌握解决问题的合理的思路，在本节中具体表现为：①对小球进行运动和受力分析，确定其满足平抛运动的条件；②建立坐标系；③分析小球在不同方向的加速度和初速度；④将相关表述转化为平抛运动的条件；⑤在两个方向上分别应用运动学公式得出运动规律；⑥对分运动进行合成得到结果；⑦对得到的结果是否合理进行论证。

**教学片段**

**分析并推导物体做平抛运动的速度**

问题 1．为什么平抛运动在水平与竖直方向的分运动是匀速直线运动和自由落体运动？

问题 2．从运动学角度，如何证明平抛运动的加速度为 *g*？

问题 3．打排球时沿水平方向向右击球，如果以击球位置为坐标原点，水平向右及竖直向下为两个坐标轴的正方向，你能写出两个方向的速度表达式吗？

问题 4．合速度如何表述？

学生已经知道平抛运动在水平与竖直方向的分运动分别是匀速直线运动和自由落体运动。为什么是这样？需要依据牛顿第二定律求出两个方向上的加速度，再结合两个方向上的初速度进行综合考虑。加速度是速度变化量与时间之比，考虑到水平方向的速度保持不变，平抛运动的加速度等于竖直方向的速庋变化量与时间之比，即自由落体加速度。

**教学片段**

**运用平抛运动规律解决实际问题之一**

分析教材例题 1

问题 1．物体受什么力？受力方向与初速度方向之间是什么关系？

问题 2．为求解本题，应如何建立坐标系？

问题 3．物体在水平与竖直方向的加速度和初速度是多大？

问题 4．求“速度方向与水平地面间的夹角”的关键是什么？

问题 5．你能写出竖直方向和水平方向的速度表达式吗？

问题 6．你得到的 *θ* 是多少？

拓展问题：你能否得到落地时的时间和速度？落地时间与抛出速度大小有关吗？为什么？

良好的解决问题习惯对于提高解题的正确率有很大关系，也是素养的体现。

### （3）平抛运动的位移与轨迹

有了研究速度的基础，可以让学生尝试遵循同样的思路自主分析平抛运动的位移。

推导平抛运动的轨迹方程基本上是数学运算的过程。教学时不仅要体现数形结合，更要注重使学生从物理学角度理解轨迹方程。为此，可提出问题：若初速度增大，轨迹形状将如何改变？设想运动物体处在重力加速度比较小的环境中，轨迹又将如何改变？

**教学片段**

**运用平抛运动规律解决实际问题之二**

如图 5–24 所示，一桥式起重机的起重小车以速度 *v*0 = 2 m/s 的速度向右匀速运动。假设某时刻有一颗松动的螺钉从桥式起重机上掉下，螺钉到水平地面的距离 *h* = 45 m，空气阻力不计，求螺钉脱落点与落地点之间的水平距离。

问题 1．这颗松动的螺钉从匀速运动的桥式起重机上掉下时的初速度大小和方向怎样？受什么力作用？做什么运动？如何建立坐标系？

问题 2．要计算螺钉水平前进的距离，需要知道哪些物理量？

问题 3．请各位同学把自己的求解结果展示出来，是否相同？求解过程是否符合程序与规范？

拓展问题：怎样用一把刻度尺测量水从管口刚喷出时的速度大小？

提示：刻度尺可以测量水平位移和竖直位移，根据平抛运动的规律列出方程，思考如何避开测量时间而获知速度的方法。

### （4）一般的抛体运动

在分析平抛运动的规律并得出轨迹方程的基础上，可通过实验或视频显示各种真实物体（水、排球等）做斜抛运动的轨迹，分析它们的轨迹特征、受力情况。从受到竖直方向的重力以及运动物体的初速度入手进行分析，抽象出一般的抛体运动模型，从而引导学生定性地描述一般抛体运动的情况。对于学有余力的学生，也可以鼓励他们进行定量研究。

## 3．“练习与应用”参考答案与提示

本节配置了 4 道习题，目的是让学生更好地理解平抛运动的规律，并用来对实际的物理现象进行推理和获得结论。第 1 题通过计算平抛运动物体的运动学参量，加深学生对平抛运动规律的理解。第 2 题和第 3 题要求学生能在实际的问题情境中应用常见的物理模型，进行分析和推理，解决实际问题。第 4 题要求学生能对综合性物理问题进行分析和推理，能对已学知识进行拓展和迁移，培养学生的科学思维能力。

1．A．下落高度，*t* =

B．下落高度和初速度，*x* = *v*0*t* = *v*0

C．下落高度和初速度，*v* = =

D．下落高度和初速度，tan*θ* = =

2．测量步骤如下。

①让小球从斜面上某一位置 A 无初速释放。

②测量小球在地面上的落点 P 与桌子边沿的水平距离 *x*。

③测量小球在地面上的落点 P 与水平桌面竖直距离 *y*。

小球离开桌面的初速度 *v* = *x*。

提示：应用平抛运动的规律进行推导，得出实验原理的表达式 *v* = *x*，再根据表达式设计实验步骤，测量水平初速度。

3．该车已经超速。

零件做平抛运动，在竖直方向的位移 *y* = *gt*2，经历时间 *t* = = s = 0.71 s，在水平方向位移 *x* = *vt* = 17.3 m。

零件做平抛运动的初速度 *v* = = m/s = 24.4 m/s = 87.8 km/h > 60 km/h，所以该车已经超速。

提示：卡车与障碍物相撞时，立即停下，车顶上松脱的零件以原来的速度离开卡车后做平抛运动。练习面对真实情境，建立平抛运动模型，应用平抛运动的规律分析解决实际问题。

4．（1）水平分速度 *vx* = ，竖直分速度 *vy* = *gt*

（2）*y* = *x*，运动轨迹为一条直线

提示：（1）物体在力 *F* 的作用下，在水平方向的加速度 *a* = ，因此在时刻 *t* 的水平分速度 *vx* = *at* = 。在竖直方向只受重力的作用，在时刻 *t* 的竖直分速度 *vy* = *gt*。

（2）水平方向 *x* = *at*2 = ，竖直方向 *y* = *gt*2，由这两式可得 *y* = *x*。式中 为一常数，因此物体的运动轨迹为一条直线。

本题要求学生能分别求出物体在水平和竖直两个方向上的速度和位移，最后写出其运动轨迹方程。练习将运动的合成与分解、平抛运动的思想方法加以拓展和迁移。