# 第十六届全国中学生物理竞赛

# 决 赛 试 题

一、

在如图所示的装置中，上下两个容器和连接它们的细长管都是用热容量很小的良导热体做成的，管长为*l*，K为阀门，整个装置与外界绝热。开始时，阀门关闭，两容器中都盛有质量为*m*，单位质量的热容量为*C*的某种液体。平衡时，温度都是*T*0。由于该液体的蒸气分子受到重力的作用，所以平衡时，在管内的气体分子并非均匀分布，而是上疏下密，已知其蒸气压强是按指数规律分布：

K

*p*h＝*p*0

式中*h*是管内某点距下面容器中液面的高度，*ph*是该点的蒸气的压强，*p*0是下面容器中液面处（即*h*＝0处）蒸气的压强，*m*是一个蒸气分子的质量，*T*是热力学温度，*k*是一个常数。现在打开阀门，试论述该系统的状态将发生怎样的变化，并估算出变化最后的结果。

二、

许多观察表明，自然界的周期性变化常会在地球上的动植物身上留下不同的痕迹。鹦鹉螺是一种四亿多年前在地球上繁盛生长的软体动物，它的气室外壳上的波纹生长线数目随其生活的年代不同而不同。1978年美国科学家卡姆和普姆庇在研究了不同地质年代的鹦鹉螺壳后，发现现存的9个当代鹦鹉螺个体的气室外壳上的生长线都是30条左右，而古代36例鹦鹉螺化石中，地质年代愈古老，生长线的数目愈少：距今29百万年的新生代渐新世的标本上有26条；距今100百万年的中生代白垩纪的标本上有22条；距今180百万年的中生代侏罗纪标本上有18条；距今320百万年的古生代石炭纪的标本上有15条；距今470百万年的古生代奥陶纪的标本上只有9条。他们认为这些生长线记录着地球及其周围天体的演变历史，并根据上述数据作了一个大胆的假设：鹦鹉螺外壳上的生长线条数的变化是月球绕地球运动周期随年代变化的反映。试问：由此假设你能得出关于月球运动的什么结论？试通过计算说明此结论。

注：假设从古至今，地球质量和自转周期以及月球质量都没有发生变化。也不考虑物理常数的变化。

三、

围绕地球周围的磁场是两极强，中间弱的空间分布。1958年，范·阿仑通过人造卫星搜集到的资料研究了带电粒子在地球磁场空间中的运动情况后，得出了在距地面几千公里和几万公里的高空存在着电磁辐射带（范·阿仑辐射带）的结论。有人在实验室中通过实验装置，形成了如图所示的磁场分布区域MM，在该区域中，磁感应强度*B*的大小沿*z*轴从左到右，由强变弱，由弱变强，对称面为PP。已知*z*轴上*O*点磁感应强度*B*的大小为*B*0，两端M点的磁感应强度为*B*M。现有一束质量均为*m*，电量均为*q*，速度大小均为*v*0的粒子，在*O*点以与*z*轴成不同的投射角*α*0向右半空间发射。设磁场足够强，粒子只能在由紧邻*z*轴的磁感线围成的截面积很小的“磁力管”内运动。试分析说明具有不同的投射角*α*0的粒子在磁场区MM间的运动情况。

*α*0

*z*

*P*

*P*

*O*

*M*

*M*

*v*0

提示：理论上可证明：在细“磁力管”的管壁上粒子垂直磁场方向的速度*v*⊥的平方与磁力管轴上的磁感应强度的大小*B*之比为一常量。

四、

如图所示，有两根不可伸长的柔软的轻绳，长度分别为*l*1和*l*2，它们的下端在C点相连结并悬挂一质量为*m*的重物，上端分别与质量可忽略的小圆环A、B相连，圆环套在圆形水平横杆上，A、B可在横杆上滑动，它们与横杆间的静摩擦系数分别为*μ*1和*μ*2。已知*l*1和*l*2的数值，且*l*1＜*l*2。试求*μ*1和*μ*2在各种取值情况下，此系统处于静力平衡时两环之间的距离AB。

*m*

*B*

*A*

*l*1

*C*

*l*2

五、

有三个质量相等的粒子，粒子1与粒子2中间夹置一个被充分压缩了的轻质短弹簧，并用轻质细线缚在一起（可视为一个小物体），静止地放置在光滑水平面上。另一个粒子3沿该光滑水平面射向它们。粒子3和粒子1相碰撞并粘连在一起运动。后轻质细线自动崩断，使弹簧释放，三个粒子分成两部分：一部分为粒子2，另一部分为粘在一起的粒子1、3。已知弹簧被充分压缩时的弹性势能是*E*p。为了使被释放出的粒子2的散射角保持在30°之内，求粒子3入射时的动能应满足什么条件。

提示：此处散射角是指粒子2射出后的运动方向与粒子3入射时的运动方向之间的夹角。

六、

在光导纤维制造过程中，由于拉伸速度不均匀，会使拉出的光纤偏离均匀的圆柱体，而呈圆锥状，现把一段长为*L*，折射率为*n*（＝1.5）的光纤简化为细长圆锥体的一部分，其顶角很小，两端截面的半径分别是*R*1和*R*2，*R*1略大于*R*2。

*R*1

*L*

*R*2

图是过光纤轴线的剖面图。

1．若将该光纤置于空气中，求在图示平面内从大头入射并能从小头出射的光线的最大入射角。

2．计算以最大的入射角入射的光线在光纤中的反射次数。

七、

爱因斯坦的“等效原理”指出，在不十分大的空间范围和时间间隔内，惯性系中引力作用下的物理规律与没有引力但有适当加速度的非惯性系中的物理规律是相同的，现在研究以下问题。

1．试从光量子的观点（即把光子看作能量为*hν*的粒子）出发，讨论在地面附近的重力场中，由地面向离地面的距离为*L*处的接收器发射频率为*ν*0的激光与接收器接收到的频率*ν*之间的关系。

2．假设地球对物体没有引力作用，现在一以加速度*a*沿直线做匀加速运动的箱子中做一假想实验，在箱尾和箱头处分别安装一适当的激光发射器和激光接收器，两者间的距离为*L*，现从发射器向接收器发射周期为*T*0的激光。试从地面参考系的观点出发，求出位于箱头处的接收器所接收到的激光的周期*T*。

3．要使上述两个问题所得到的结论是完全等价的，则问题2中的箱子的加速度的大小和方向应如何？

# 第十六届决赛试题参考解答

一、

1．在打开阀门前，平衡时，上下容器中液体表面处的蒸气皆为饱和蒸气。因为温度相同，所以其饱和蒸气压相同。但在阀门两旁，由指数分布规律可知，蒸气的蒸气压不同，在左边，因为容器内液面上方空间的高度差很小，所以蒸气压几乎等于液面处的饱和蒸气压；而在右边，由于管较长，所以蒸气压明显小于下面容器内液面处的饱和蒸气压，因而也小于阀门左边的蒸气压。这样打开阀门后，左边蒸气将向右边迁移。按照指数分布规律，将使下面容器中表面处的蒸气压大于饱和蒸气压，从而有一部分蒸气液化（凝结），使下方容器中的液量增加，另一方面，上面容器中液面上方和蒸气由于向阀门右边迁移，从而使蒸气压降低，造成液面处的蒸气压小于饱和蒸气压，这样，上面容器中液体将汽化（蒸发），使液量减少。以上所述的过程将持续不断地进行，直到上面容器中的液体全部汽化而凝结在下面容器中为止，此后状态将不再变化。

2．由于最后结果是上面容器中的液体全部转移到下面容器中，所以从能量来看，就是上面质量为的液体的重力势能转化为总质量为的液体的内能，从而使系统温度上升。若忽略容器、长管以及蒸气等的热容量的影响，用T表示最后的温度，则由能量守恒定律可知



（1）



（2）



二、

根据他们的大胆假设，目前鹦鹉螺生长线近似为30条的事实，可以认为是月球绕地球运动周期近似是30天的反映。把这一看法推广到任何地质年代（推广的依据是地球、月球质量在这段时间中没有发生变化，也不考虑物理常数的变化），就可以按照动力学规律算出任何地质年代月球绕地球的运动周期。

根据月球、地球质量的巨大差别，可以把它们之间的相对运动简化为月球围绕地球的圆周运动。根据开普勒第三定律，或万有引力定律和牛顿第二定律可知，月球运动周期*T*和地月之间的距离*L*有下列关系

（1）



其中比例系数只与地球质量和引力常数有关，故在题中所给简化模型下，该比例常数也与年代无关，对任何地质年代都成立。若第个地质年代月球运动周期为，该年代的月地间的距离为，则有 （2）



设当代的月球绕地球运动的周期为T0，它们间的距离为L0，则有

（3）



由此可算出不同地质年代地月之间的距离，如下表所示。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 年代（106年） | 生长线数 | 月球-地球距离（以L0为单位） |
| 渐新世29 | 26 | 0.91 |
| 白垩纪100 | 22 | 0.81 |
| 侏罗纪180 | 18 | 0.71 |
| 石炭纪320 | 15 | 0.63 |
| 奥陶纪470 | 9 | 0.45 |

以年代为横坐标，月地间的距离为纵坐标，用上面的数据作图，结果如图决解16-1所示，各点大体上在一条直线上，可以看出，随着距今年代的增加，月球和地球之间距离按线性规律减少，即月球几乎正以恒定的速率远离我们而去，为了得到月球远离地球的速度，可在拟合直线上选取相距较远的两点，例如选A1（100，0.82）和A2（450，0.44）两组数据，可算得月球远离地球的速度的近似值。



（4）



如果取平均月-地距离为3.8×105km（只要知道地球半径即可估算出此值，因为地月距离就是它的60倍。这正是牛顿当年讨论万有引力时所用的）。这时，由（4）式可得平均速度的绝对值

m/a （5）



其中，负号表示距离越来越远，即月球正以每年0.42m的速度远离我们而去。

三、

1．带电粒子沿轴做螺旋运动时受到阻力而减速。



设粒子达到磁感应强度为B处的速度为，其垂直和平行于磁场的方向的分速度分别为和∥。粒子刚从O点射出时，其垂直磁场方向的分速度为，根据提示，粒子运动过程中，在细“磁力管”的管壁上垂直磁场方向的速度的平方与磁力管轴上的磁场的大小B之比为一常量，即



（1）



因粒子还具有沿轴向的分速度，所以粒子在磁力管中做螺旋运动，由于洛伦兹力垂直粒子的速度，对带电粒子不做功，因而粒子在任何点的速度的大小不变均为，按题设，轴上O点右侧磁场B逐渐变大，因而，粒子向右运动过程中，垂直磁场方向的速度随之增大，平行于磁场方向的速度∥亦随之按下列规律变化：



∥ （2）



由式（2）可知，随沿轴磁场B的增大，平行于磁场方向的速度∥将随之减小，轴向速度的减小是因为粒子沿轴向右运动时受到阻力，因磁力管壁的磁场与轴不平行，粒子在运动过程中受到的洛伦兹力斜向指向轴，如图决解16-2所示，∥是平行于轴的分量，它成为阻碍粒子沿轴向右运动的阻力。是洛伦兹力垂直于轴的分量，它为粒子做螺旋运动时提供粒子做圆周运动的向心力，圆周半径，由式（1）得



（3）



此式表明螺旋半径随磁场B的增大而减小。结合式（2）的讨论可知，螺旋运动的轴向速度逐渐减小，即螺旋螺距逐渐减小，到达M端时，料一阵子以半径做圆周运动。



2．临界投射角

由（2）式知，以某个投射角发射的粒子到达M点时，其平行于磁场方向的速度恰等于零，得



（4）



此式表明：当投射角时，粒子恰好在M点轴向速度为零，，即垂直于磁场方向的分速度最大，称为临界投射角。投射角＜的粒子到达M点时，因轴向速度尚未减至零，这些粒子就从M处逸出，离开磁场区域。



3．投射角大于临界角的粒子的运动

当粒子在O点以临界角发射，即做螺旋运动到达端点M时，因轴向速度为零，粒子在此瞬间停止向右移动，只做圆周运动，但因沿轴磁场分布的非均匀性，磁场大小存在变化陡度。因而粒子在M点仍受到向左的作用力，粒子即离开端点M向左做螺旋运动（螺旋的方向不变）。到达O点时，向左运动的沿轴向速度达到最大，继续向左运动，离开O点后，左半程运动的情况与右半程的运动情况相仿，到达左端点M时，轴向速度亦为零，并受到指向O点的洛伦兹力沿轴向的分量作用，向右运动，因此，左、右端M点处，犹如镜面反射一样，粒子在邻近轴的细磁力管内，在两端面间做螺旋形往复周期运动。



投射角＞的粒子在未到达M点时，轴向速度已减至零，这些粒子将在小于MM点距离间相对于对称面PP做周期的往复螺旋运动，投射角愈大，往复运动的距离愈小，当投射角时，粒子不受轴向力，就在对称面PP上以半径做圆周运动。



四、

解法1

由于*l*1和*l*2为已知量，只要求出AB的值△ABC即确定（即A、B、C的相对位置确定）。现对系统平衡时AB应取的数值分析如下：

已知＜，则当A、C和重物在同一竖直线上时，系统平衡，AC张紧，长绳*l*2则松驰（如图决解16-3所示）。将B沿杆右移直至BC绳拉直（如图决解16-4所示），系统一直保持平衡，这与的取值无关，若使B继续右移一极小的距离，则绳BC中将出现张力，C点右移，AC将倾斜，其中张力也将改变。如果，A环将在AC绳张力作用下滑动，所以系统将失去平衡，若，设此时BC中张力为T，则B环与杆间正压力，B环所受向左的力。如果F2＞N2，则B环向左滑回原处，系统失去平衡。由此可见，当或≤时，系统的平衡位置只能是：A、C在竖直线上，0≤AB≤（结论一）。



当，＞，且AB＞时，



系统将如图决解16-5所示，A环受力：N1＝；



，当F1＞，即＞时A环将不



能保持静止。同理，＞时，B环将不能保持静



止，A、B两环哪个先动，将由、的数值决定。图决解16-5中的与是互相关联的量。由正弦定律有，当AB值增大时，和均减小，和随之增大。设C点与AB的距离为，由几何关系可得，。



设A滑动时，，则，



设B滑动时，，则，



比较和的大小即可知AB增大（即减小）时A、B两环谁先滑动。



（）若＞，则A先滑动，即＞的条件下，当时，A即将滑动，此时



由此可得结论二：

在，＞的情况下，若系统保持平衡，AB的数值一定满足下面的要求：



≤



（注意，此时＞的条件自然得到满足）



（）若＜，则B先滑动，即＜的条件下，当时，B即将滑动，此时



由此可得结论三：

当、满足下列二条件时，在，＞且＜的情况下，若系统保持平衡，AB的数值一定满足下面的要求：



≤



若＝，则，A、B将同时开始要滑动，此时AB的数值为



AB的数值满足的条件为

AB≤



此结果已包括在结论二和结论三中符号“≤”的等号中。

五、

建立如图决解16-9所示的坐标系，以粒子3入射速度为轴正方向。设每个粒子的质量为，当粒子3与1相碰并粘在一起，而在细线断开之前，三个粒子是一起运动的，若其共同速度为，按照动量守恒定律，有



（1）



即也沿方式，其大小为



细线断开后弹簧释放，弹性力做功使弹性势能转化为粒子1、3和粒子2的动能增量。设粒子1、3最后的速度为，粒子2最后的速度为，由机械能守恒和动量守恒定律可知



（2）



（3）



因弹簧安置的方向不同等原因，粒子2将可能以不同的速度向各方向飞出，设与的夹角为，在细线崩断过程中，粒子2和粒子1、3由于受到弹力的冲量作用，都将产生相应的动量的增量，从而有速度的增量，设其速度增量分别为和，则有



或 （4）



将（4）式代入（3）式，得



因而



或 （5）



（2）式可写成如下的形式



将（4）、（5）两式代入上式并化简，有



得到



（6）式表明，在给定的条件下，的大小是



一定的，的大小和方向与的方向有关，即与



弹簧安置的方向有关，如图决解16-10所示。若



和的大小一定，即图中圆的半径和P点到圆心的距离一定，当与垂直时，角最大，这时的方向沿圆的切线方向，所以在弹簧各种可能的安置方向中，以图决解16-10所示的沿的方向安置时，粒子2有最大散射角，要求粒子2的散射角保持在30°以内，必须要求



≤



即 ≤



或 ≤ （7）



由式（7）和（6），可得到

≤



所以要求粒子3入射时的动能

≥ （8）



六、

设光纤的半顶角为，光线从X处入射，经多次反射，从处出射，可利用反射光线的特点，用等效法等效为从Y处出射如图决解16-11。



在△OXY中，应用正弦定理有

（1）



由于X点法线平行于OA，Y点的法线平行于OB，有



将（1）式展开



（2）



因为



（3）



将（3）式代入（2）式



或



由于＜，＜，很小，故有



两边乘



（4）



最大入射角：

从（4）可知＜，＞。决定R1处最大入射角将依赖于。在R2处，其侧面边界的全反射角为



可得



因为，故取



则R1处入射光线的最大入射角为

（5）



2．计算反射的次数



光线每反射一次，则角度变化

（6）



反射次数



，



（7）



七、

1．对于能量为的光子，其质量，在重力场中，当该光子从地面到达接收器时，增加的重力势能为，由能量守恒得



得

（1）



（2）



2．设时刻，箱子从静止开始加速，同时，激光光波的某一振动状态从发射器发出，任何时刻，发射器和接收器的位置分别为：



（3）



（4）



所考察的振动状态的位置和比该振动状态晚一个周期T0的振动状态的位置分别为：

（5）



（6）



设所考察的振动状态在时刻到达接收器，则由（4）、（5）两式得



（7）



解得

（8）



比所考察的振动状态晚一个周期T0发出的振动状态到达接收器的时刻为，则由（4）、（6）两式得



（9）



解得

（10）



接收器接收到的激光的周期为



（11）



由（2）式得

（12）



比较（11）与（12）两式，得

（13）



即“箱子”的加速度，方向竖直向上。



（19′）（20′）（21′）