# 第十五届全国中学生物理竞赛

# 复赛试题

全卷共六题，总分140分

一、（25分）

如图所示，L1和L2为两个共轴的薄凸透镜，OOʹ为其主轴，L1的焦距*f*1＝10cm，口径（直径）为d1＝4.0cm，L2的焦距f2＝5.0cm，口径（直径）为*d*2＝2.0cm。两镜相距*a*＝30cm。AB为一与透镜共轴的直径为*d*＝2.0cm的均匀发光圆盘，它有清晰的边缘，把它放在L1左侧20cm处，它在L2右侧垂直于OOʹ的光屏P上成像。

（1）求光屏应放在何处；

（2）现发现光屏上的像的中间部分较亮，边缘部分较暗。为了使像的边缘部分也能和中间部分一样亮，但又不改变像的位置和大小，可以在OOʹ上插放一个共轴的薄透镜L3。求L3应放在何处；口径（直径）至少要多大；焦距应是多少。



二、（25分）

如图所示，有两条位于同一竖直平面内的水平轨道，相距为*h*。轨道上有两个物体A和B，它们通过一根绕过定滑轮O的不可伸长的轻绳相连接。物体A在下面的轨道上以匀速率*v*运动。在轨道间的绳子与轨道成30°角的瞬间，绳子BO段的中点处有一与绳相对静止的小水滴P与绳子分离，设绳长BO远大于滑轮直径，求：

（1）小水滴P脱离绳子时速度的大小和方向；

（2）小水滴P离开绳子落到下面轨道所需要的时间。



三、（24分）

PQQnPn是由若干正方形导线方格PQQ1P1，P1Q1Q2P2，P2Q2Q3P4，…，Pn-1Qn-1QnPn构成的网络，如图1所示。



方格每边长度*l*＝10.0cm，边QQ1，Q1Q2，Q2Q3 …与边PP1，P1P2，P2P3，…的电阻都等于*r*，边PQ，P1Q1，P2Q2，…的电阻都等2*r*。已知PQ两点间的总电阻为*Cr*，*C*是一已知数。在*x*＞0的半空间分布有随时间*t*均匀增加的匀强磁场，磁场方向垂直于*Oxy*平面并指向纸里，如图2所示，



今令导线网络PQQnPn以恒定的速度*v*＝5.0cm/s，沿*x*方向运动并进入磁场区域。在运动过程中方格的边PQ始终与*y*轴平行。若取PQ与y轴重合的时刻为*t*＝0，在以后任一时刻*t*磁场的磁感应强度为*B*＝*B*0＋*bt*，式中*t*的单位为s，B0为已知恒量，*b*＝0.10*B*0。求*t*＝2.5s时刻，通过导线PQ的电流（忽略导线网络的自感）。

四、（25分）

在一个横截面积为*S*的密闭容器中，有一个质量为*M*的活塞把容器隔成Ⅰ、Ⅱ两室，Ⅰ室中为饱和水蒸气，Ⅱ室中有质量为*m*的氮气。活塞可在容器中无摩擦地滑动。原来，容器被水平地放置在桌面上。活塞处于平衡时，活塞两边气体的温度均为*T*0＝373K，压强同为*p*0，如图1所示。今将整个容器缓慢地转到图2所示的直立位置，两室内的温度仍是*T*0，并有少量水蒸气液化成水。已知水的汽化热为*L*，水蒸气和氮气的摩尔质量分别为*μ*1和*μ*2。求在整个过程中，Ⅰ室内的系统与外界交换的热量。

 

五、（26分）

从地球表面向火星发射火星探测器，设地球和火星都在同一平面上绕太阳作圆周运动。火星轨道半径*R*m为地球轨道半径*R*0的1.500倍，简单而又比较节省能量的发射过程可分为两步进行：第一步，在地球表面用火箭对探测器进行加速，使之获得足够的动能，从而脱离地球引力作用成为一个沿地球轨道运行的人造卫星。第二步是在适当时刻点燃与探测器连在一起的火箭发动机，在短时间内对探测器沿原方向加速，使其速度数值增加到适当值，从而使得探测器沿着一个与地球轨道及火星轨道分别在长轴两端相切的半个椭圆轨道正好射到火星上，如图1所示。问：



（1）为使探测器成为沿地球轨道运行的人造卫星，必须加速探测器，使之在地面附近获得多大的速度（相对于地球）？

（2）当探测器脱离地球并沿地球公转轨道稳定运行后，在某年3月1日零时测得探测器与火星之间的角距离为60°，如图2所示。问应在何年何月何日点燃探测器上的火箭发动机方能使探测器恰好落在火星表面（时间计算仅需精确到日）？已知地球半径为*R*e＝6.4×106m，重力加速度*g*可取9.8m/s2。

六、（15分）

在如图所示的网络中，仅知道部分支路上电流值及其方向、某些元件参数和支路交点的电势值（有关数值及参数已标在图上）。请你利用所给的有关数值及参数求出含有电阻*R*x的支路上的电流值*I*x及其方向。

# 第十五届预赛试题参考解答

 一、1.30

 2.

 3.示数不变。若考虑太阳的引力，就必须考虑物体随地球绕太阳的运动。若忽略地球上各点到太阳的距离的差别，这时太阳对物体的引力正等于物体的质量和它与地球一起绕太阳公转的加速度的乘积，因而不影响物体所受的其他的力及由它们所决定的运动状态。说得详细一点，以太阳为参照系，物体所受的力有弹簧拉力F，地球引力Fe和太阳引力FS其加速度为，为相对于地球中心的加速度，为地球中心相对于太阳的加速度，根据牛顿定律有

 

 若不计地球上各点到太阳的距离的差别，用R表示此距离，用Ms与Me分别表示太阳和地球的质量，则地球公转的加速度=.这样，被称物体的质量m与此加速度的乘积为，而这正是物体所受的太阳引力，因此上式变为.因为、与Fe都与昼夜无关，所以F也与昼夜无关。

4.从t=0开始做实验，总核子数为N0，到t时刻核子数为N，设核子的平均寿命为，则

 

因 ，得  (1)

  (2)

得 年 (3)

 二、如图15-12，质点在斜面滑动的过程中，受到摩擦力f的大小为

 

 若质点从斜面最高点第一次到达斜面最低端时的速度为，则

  (1)

 质点与斜面挡板发生弹性碰撞后，以速度开始沿斜面上滑，若上滑的最大路程为L1，则有

 (2)

 由(1)、(2)两式得

 

 

用代表上式等号右边的数值，并以代入，则有

  (3)

按同样的推理可知质点在第2次碰撞后上滑的距离为

 

同理可知，在第10次碰撞后上滑的距离为

 

第1次碰撞前质点运动的路程为

 

第2次碰撞前质点运动的总路程为

 

同理可知，在第11次碰撞前即从开始到发生第11次碰撞期间，质点运动的总路程为

  (4)

  (5)

 m

 三、O5的电势为



  (1)

O1的电势为

 

  (2)

  (3)

 分析与评述 此题用了求均匀带电球球内外电势的方法，所求点，例如O2点的电势，对最大和次大的两外均匀带电球而言，O2位于球内，不论是否偏心，均处于等势区，均等于相应的均匀带电球面电荷对球心电势的贡献；但O2又处于其余均匀带电球外，其电势等于相应的均匀带电球面电荷集中在球心对O2的贡献，剩下的问题就是用电势叠加的方法求总电势了。

四、1.延长连接所成直线使之与光轴相交，交点即为透镜中心的位置。即透镜的大小，由A点作平行于光轴的直线使之与相交，交点为，然后延长连接所成的直线使之与光轴相交，交点F，此点即为所求之焦点位置。

2.2个实像、3个虚像。

3.见右图(图15-13)

 五、1.在第一颗子弹打入靶盒的极短时间内，系统的动量守恒，设打入后靶盒获得的速度为，则有

  (1)

 

 由于靶盒在滑动过程中机械能守恒，所以靶盒回到O点时，速度的大小仍为，但方向相反，当第二颗子弹射入靶盒后，设靶盒的速度为，则有

 

得  (2)

当第三颗子弹射入靶盒后，设靶盒的速度为，则有

  (3)

得 

靶盒回到O点时的速度仍为，但方向相反。当第四颗子弹射入靶盒后，设靶盒的速度为，则有

 

得  (4)

由上可知，凡第奇数颗子弹射入靶盒后，靶盒都会开始运动，但由于盒内子弹数增多，起动时的速度和振动的振幅都将减小，周期则增大；凡第偶数颗子弹射入靶盒后，它将立即停在O点。

当第一颗子弹射入靶盒后，靶盒及其中的子弹的动能为

  (5)

若靶盒离开O点最远距离为x­1，则弹簧的势能为

  (6)

由，得

 m (7)

第二颗子弹射入后，靶盒停在O点，故，由此类推，得

 m (8)

 

 m (9)

 

用表示第i颗子弹射入靶盒后，靶盒离开O点又回到O点所经历的时间，表示对应的振动周期，则有

 s (10)



s (11)

 

 s (12)

 

2.要使靶盒在停止射击后维持来回运动，则发射的子弹数n必须为奇数，即

  (13)

其中*l*为正整数，这时，靶盒做简谐振动，其振幅即为靶盒离开O点的最远距离，应有

  (14)

由(13)、(14)式可得

 

所以 

 六、1.先研究电子在x方向上的分运动。

电子沿x方向运动的初速度为零，在电场力作用下开始向负x方向做加速运动，在区间，电子受到沿负x方向的力，大小为

 

电子的加速度的大小为

 

 设电子由到d处需时t1，则有

 

得  (1)

电子到处时，其x方向分速度的大小为

  (2)

 在区间，电子受力

 

其中.在此区间内电子的x方向分运动是简谐振动，振动的角频率为

  (3)

 因此，就x方向上的分运动而言，在此区间内电子的运动是平衡位置在x=0处，周期为，振幅为A的简谐振动的一部分；在x=d处时，电子的速度为，方向向左。设在半径为A的参考圆(如图15-14)上，这时旋转半径与x轴的夹角为，则由图15-14有



 

可解得

  (4)

  (5) 图15-14

设电子自运动到所需时间为，则由图可得

 

  (6)

在区间内，电子在x方向上以初速度v1向左作匀减速运动，到达处时，速度为零，这一过程经历的时间为

 

此后电子的x方向上的分运动在与间的往复的振动，其周期为

  (7)

2.电子运动的轨迹与y轴的各交点中，任意两相邻交点间的距离都相等，且

  (8)

分析与评述 此题的电场分布实际是厚度为2d的均匀电荷体密度的无限带电板产生的，板内的电场随x作线性变化，板外的电场为匀强电动。此题是运动学问题，在板外带电粒子在x方向受恒力，作匀加速(或匀减速)运动，在板内仅受x方向的回复力，在x方向作简谐运动。因我们关心的是带电粒子在x方向的分运动，因此不必求出带电粒子的轨迹与进入均匀带电板时速度的大小与方向，只需要将带电粒子速度的x分量作简谐运动的过程看作在参考圆上作匀角速运动在x轴投影的结果即可，借助参考圆还可以求出作简谐运动的初相位。而且也不必从带电粒子的具体轨迹找出与y轴相交的相邻交点的距离，尽管带电粒子在板内x方向的运动并未完成一个简谐运动的全过程，但根据运动对y轴对称的特点，可以认定具体轨迹与y轴相交的相邻交点的距离与粒子在板内x方向作简谐运动半个周期乘以v0的距离是相等的，因此抓住带电粒子在x轴的一维运动这一特点，是解此题的关键。

七、在p—V图中，描写此气体循环过程的椭圆方程为

  (1)

 现在考虑椭圆与温度为T的等温线

  (2)

的交点所对应的状态。一般来说，对给定温度T的等温线，它与椭圆有两个交点，而与椭圆相切的等温线，它所对应的温度即为循环过程中的最高或最低温度。

 (1)、(2)两式可改写为

  (3)

  (4)

式中即为点上的温度。

令 

则(3)、(4)两式可改写成

  (5)

  (6)

式中.(5)式又可改写成

  (7)

(6)、(7)两式消去y，得二曲线交点的x值应满足的方程式

 (8)

由于此循环过程中，，故，上式右边应取“+”号，(8)式可改写

  (9)

这是x的二次方程，它的两个根值就是等温线与椭圆的两个交点。所求最高、低温度相当于使曲线相切时的C值，这时(9)式有等根，即

  (10)

由(10)式得

 

解得二曲线相切时的两个C值。



 (11)

最后得 最高温度 K

 最低温度 K

 八、需补添的连线如图5-15中粗线所示。

# 第十五届复赛试题参考解答

 一、1.发光圆盘经L1折射后成像在L1右侧，根据物距u1、像距v1与焦距f1的关系

 

由u1=20cm，f1=10cm，求得像距

 v1=20cm

像的直径为

 cm

通过L2成像在光屏P上，根据物距u2、像距v2与焦距f2的关系

 

由cm，cm，求得像距

 cm

所以光屏应放在L2右侧10cm处。

 2.原来光学系统的物像关系如图15-25所示，如果要插放一凸透镜而保持像的位置和大小都不变，则此透镜L3必须放在中间像处，这样对L3来说，物距等于零，像距也等于零，即的位置和大小都不因光束通过L3而改变。L3的口径(直径)只要等于或大于，则射至的全部光束就都能通过，所以L3的口径(直径)应等于或大于2.0cm.

像的明暗程度由投射到光屏上像点的光束大小决定。用作图法可知，由圆盘中心发出、通过L1的光束正好能全部进入L2，如图15-26所示。因而像的边缘部分较中心部分暗。L3用在于使边缘部分光速通过L3后向主轴偏折，使之能进入L2，即可达到像各部分明暗均匀的效果。

如果L1和L2相对L3处于共轭位置，而且透镜L1经过L3后所成的像的大小恰好等于L2的口径，即L2正好是L1的像，则由L1处射出的所有光线都将到达L2上相应的位置，即全部能通过L2，像就会明暗均们，从以上的观点考虑，可算出L3的焦距如下：

 

cm，cm，解得

 cm

L1的像的直径等于cm，正好等于L2的直径，符合要求。

分析与评述 本题第2问为几何光学成像问题中考虑能量传播的一例。用到的原理是：在光学系统的中间像处放一透镜，则在薄透镜的理论考虑范围内，这透镜不改变系统原来成像的位置和大小，只改变光束原来在中间像后的传播方向，这由本题解答的图15-26可以看出。从物上A点发出经L1边缘的光线经过(A点的像)后本来不会通过L2(这导致像的边缘部分较暗)，若在处有一个口径等于或大于的透镜，则这透镜就可能把这一部分光线改变方向使之能够通过L2参与成像。安排L1和L2位于该透镜的物和像的位置正是利用透镜的成像性质来控制光束改变方向的办法。

本题中涉及的处理问题的思路，对于掌握原理及运用原理解决实际问题是很有启发性的。

二、1.物体B在上轨道的运动可以看成是沿绳子的运动和垂直于绳子的运动(即绳子绕O点的转动)的合成。

B沿绳子运动的分速度，因而垂直于绳子的分速度

(为BO与轨道夹角，这里=300)，如图15-27所示。

绳子中点小水滴P的速度也可分解成沿着绳子的分速度和垂直绳子的分速度，即

 

小水滴P垂直绳子的分速度可看做绳子绕O点转动，设该时刻绳子转动的角速度为，则有

  (1)

从而有  (2)

于是有  (3)

则  (4)

角是与的夹角，与水平方向的夹角为.

水滴离开绳子的速度大小为

 

  (5)

 2.由可知，水滴P做斜向下抛运动，P以竖直方向的分运动是初速度为、加速度为g的匀加速直线运动，则有

  (6)

因而  (7)

由此方程可解出t，取t为正值的解，得

  (8)

 三、网络由n个方格构成，用表示PQ两端的总电阻，则左边所有方格(包括)的总电阻为，则可求得

 

由此得

即由PQ两端的总电阻便可求得左边所有方格的总电阻，并由此类推可求得任意两点左边(包括)所有方格的总电阻。

在网络沿x方向运动的过程中，因导线切割磁感应线和磁场随时间变化，都可以在导线中产生感应电动势。

每一个完整的方格通过y轴所经历的时间为

 s (2)

在t=2.5s，有一个完整的方格已在磁场区域中，此刻网络在磁场中的位置如图15-28所示(图见下页)。

设有关导线中的电流如图所示，令方格 中的感应电动势为E1，则有

  (3)

若方格中的感应电动势为E2，则有

 (4)

由于方格全部都在磁场中，PQ与因切割磁感应线而产生的感应电动热之和为零，E1仅是因为磁场随时间的变化而引起的，即有

  (5)

方格的尚未进入磁场，故E2中的一部分是因在磁场中的运动而产生的感应电动势

 

另一部分则是由磁场的变化引起的感应电动势，即

 

  (6)

解(3)、(4)、(5)、(6)各式得

  (7)

由(1)式可求得

  (8)

  (9)

分析与评述 此题乍看起来，n个有限的网格中又有感生电动势，又有动生电动势，计算某一根电阻的电流似乎抓不住头绪。实际上，在第一个网格中，只有两个未知电流i与i1，只要写出与这两个电流有关的电动势E1与E2即可解出电流i，第一个网格中仅有感生电动势E1，第二个网格中既有动生电动势，又有感生电动势。在第二个网格中，涉及到等效电阻，其值可从递推公式中用电阻r求得。从较深入的层次看，在第二个网格中，感生电动势实质上是由于磁场区的磁场随时间变化而激发的感生电场提供的，但我们不需具体求出网格中每条支路上的感生电动势，只需求出网格中总感生电动势即可。网格中用法拉第电磁感应定律磁通变化率求出的电动势应包含动生电动势与感生电动势的合贡献，要注意的是磁通既是磁场B又是面积S的函数(B,S)，因而总电动势，前一项就是动生电动势，后一项就是感生电动势.

四、当容器自初始位置时，设水蒸气的体积为V1，氮气的体积为V­2，当容器处在直立位置时，水蒸气的体积为，压强仍为p0，氮气的体积为，压强为

  (1)

因  (2)

  (3)

由(1)、(2)、(3)式解得

  (4)

设转变成水的质量为，则因为中有少量的水蒸气变为水，所以水的体积可忽略不计，于是

  (5)

将(4)式代入(5)式得

  (6)

Ⅰ室内的系统向外界放出的热量为

  (7)

 五、1.设地球的质量为，探测器及其附加装置的总质量为m，则探测器在地球表面的动能和引力势能分别为

 

 当探测器脱离地球引力作用成为沿地球轨道运动的人造行星时，可以认为探测器的引力势能；相对于地球的速度为零，因而，由机械能守恒

 

得 

代入数值得

 m/s=m/s

 2.为使探测器落到火星上，必须选择适当时机点燃探测器上的火箭发动机，使得探测器沿椭圆轨道到达与火星轨道的相切点时，火星也恰好运行到这一点。为此，必须首先确定点燃火箭发动机时探测器与火星的相对位置。已知探测器在地球公转轨道上运行周期与地球公转周期相同

 d

根据开普勒第三定律，火星的公转周期为

 

而探测器的椭圆轨道上的半长轴为

 

所以探测器在椭圆轨道上的运行周期为

 

因此探测器从点燃火箭发动机至到达火星，需时

 

探测器在点燃火箭发动机前绕太阳转动的角速度为

 

火星绕太阳转动的角速度为

 

由于探测器运行至到达火星需时255d，火星在此期间运行的角距离为

 

即探测器在椭圆轨道近日点发射时，火星应在其远日点的切点之前1370，亦即点燃火箭发动机时，探测器与火星的角距离应为

，如图15-29所示。

 已知某年3月1日零时探测器与火星的角距离为600(火星在前，探测器在后)。为使其角距离成为430，必须等待二者在各自轨道中运行至某个合适的时日。设二者到达合适位置，探测器又经历的天数为t，则

 

即 

 故点燃火箭发动机的时刻应为当年的3月1日之后38天，即同年的4月7日。

分析与评述 这是一道检查对开普勒定律的理解的题目。开普勒定律中的三条定律都用上了。另外一个重点就是点火时机的时间计算，这只有对于地球、卫星和火星在各自轨道上的运动图像十分清晰，才能得到正确的答案。

六、由稳恒电流性质可知，流入闭合包围面的电流值等于流出的电流值。在题所给定的电路中，作一与待求电流值所在支路相截的闭合包围面。如果被该包围面所截的其他支路的电流值都已知，那么，待求支路的电流值就可以求得。

作包围面S，被它所截的各支路、、和如图15-30所示，图中待求有关支路的电流、、、、和的电流方向如图中所设，有关各支路的电流值计算如下：

 A

为了求得，考察含源支路FE，有

 

 A

为了求得，考察含源支路EG

 

 A

 对支路交点E，有

 A

为了求得，先考察P点电势，因

 V

故P点电势V

对含源支路PH有

 

 

因而对闭合包围面S，有

 A=2A

电流方向与图中所标一致，为由上至下。