# 第十二届全国中学生物理竞赛

# 决 赛 试 题

## 一、

一理想的凸透镜，它容许入射光完全透过，此透镜直径*D*＝10cm，焦距*f*＝15cm，水平放置，四束激光沿竖直方向对称地入射到透镜靠边缘处，已知四束激光总功率为*W*＝1.2W，求激光对透镜之作用力，已知光子动量*p*＝，其中*E*为光子能量，*c*为光速。

## 二、

*K*4

*R*

*C*3

*C*2

*C*1

*ε*

*K*2

*K*3

*K*1

如图电路中，*C*1＝4*C*0，*C*2＝2*C*0，*C*3＝*C*0，电池电动势为*ε*，不计内阻，*C*0和*ε*为已知量，先在断开K4的条件下，接通K1、K2、K3，令电池给三个电容充电；然后断开K1、K2、K3，接通K4，使电容器放电，求：

（1）放电过程中，电阻*R*上共产生多少热量。

（2）放电过程达到放电总量一半时，*R*上的电流是多大。

## 三、

如图所示，正四面体ABCD各面均为导体，但又彼此绝缘，已知带电后四个面的静电势分别为*φ*1、*φ*2、*φ*3和*φ*4，求四面体中心O点的电势*φ*0。

*D*

*A*

*O*

*C*

*B*

## 四、

在某自行车赛场直行跑道的一侧有一外高内低、倾角为*θ*的斜面，直行跑道长度为*L*，斜面上端高度为*h*，如图所示，运动员由A点出发，终点为Aʹ，运动员可以选行直线AAʹ行进，或沿对称折线AMAʹ行进的路线，若出发时自行车的速度均为*v*0，且在行进途中运动员蹬车时的驱动力等于所受的阻力，又设车轮与地面间的侧向摩擦足以阻止车轮侧滑，若要取得较好的成绩，运动员应采用哪种路线？

*h*

*L*

*M*

*B*′

*B*

*A*

*A*′

*θ*

## 五、

如图所示，一根两端封闭、粗细均匀的石英管，竖直放置，内有一段水银柱，将管隔成上下两部分，下方为空气。上方为一种可分解的双原子分子气体（每个分子由两个原子组成）。此种双原子分子气体的性质为：当*T*＞*T*0时，其分子开始分解为单原子分子（仍为气体），用*n*0表示*T*0时的双原子分子。Δ*n*表示*T*0＋Δ*T*时分解了的双原子分子数，其分解规律为当Δ*T*很小时，有如下的关系：

图决12-4

＝

已知初始温度为*T*0，此时，下方的气柱长度为2*l*0，上方气柱长度为*l*0，水银柱产生的压强为下方气体压强的*α*倍（0＜*α*＜1），试讨论当温度由*T*0开始缓慢上升时，水银柱将上升还是下降，忽略石英管和水银柱的体积随温度的变化。

提示：可用*xl*0表示水银柱因温度升向而移动的距离，*x*＞0表示升高，*x*＜0表示下降。

## 六、

一弹簧振子，两端为质量都是*m*＝0.1千克、大小不计的物体A、B，中间是一静止长度为*l*0、劲度系数为*k*0、质量可以忽略的理想弹簧，现此振子自某一高度、A端在下，竖直地自由下落至一水平桌面，开始下落时，A距桌面的高度为*H*＝2米，开始时弹簧无伸长或压缩，A与桌面发生弹性碰撞后跃离桌面，当A第二次接触桌面时，发现弹簧的压缩达到最大，求：

1．弹簧劲度系数*k*0之值。

2．A第二次与桌面接触时的速度。

# 第十二届决赛试题参考解答

## 一、

激光通过透镜后聚焦，由于通过透镜前后光子的能量不变，且光速为恒量，故光子的动量大小通过透镜前后不变，但方向改变。光子的动量是

  （1）

其中E是光子能量，在通过透镜前，其方向竖直向下。通过透镜后，动量方向改变，其 沿竖直方向和水平方向的分量分别是：

  （2）

  （3）

  （4）

由此可知，光子在通过透镜前后，其动量沿竖直方向和水平方向的改变分别是

  （5）

 

激光照射透镜时间内通过透镜的光子数为

  （6）

 这些光子分四束对称地通过透镜，它们的水平动量的变化相互平衡，而其竖直方向动量的变化等于透镜对光子的冲量，在数值上，也就等于激光对透镜的作用力的冲量，故有

  （7）

由（4）、（5）、（6）和（7）式可得

 

代入数值，得到N，方向向下。

## 二、

1）充电时，电路及电流方向如图12-18所示，充电后，三个电容器上的电压都是，各电容器储能为

 

 （1）



三个电容器储存的能量之和为

  （2）

则三个电容器上的电量分别为

 

  （3） 图12-19

 

放电时，三个电容器串联放电，如图12-19所示，C1左极板的电压高于C3右极板的电压，故电流的方向应如图所标志，即C1和C3是放电，而C2则是继续充电。

 在整个放电过程中，流过R的电量设为，则由电荷守恒可知，放电后三个电容器上的电量分别变为

 

  （4）

 

三个电容器的电势差的大小则变为

 ，， （5）

放电终结，应有  （6）

由（4）、（5）和（6）式解得  （7）

将（7）式代入（4）式，有

 

  （8）

 

此时，各电容器的储能为

 

  （9）

 

总储能为  （10）

 比较（2）、（10）两式，可知放电后，电容器储能减少了，

  （11）

由能量守恒定律可知，在放电过程中，电阻上产生的热量H为

  （12）

2）当放电量为时，各电容上的电量为



 （13）



此时，各电容器电势差的大小为

 ，， （14）

按照欧姆定律，此时流过电阻R的电流应为

  （15）

由（13）、（14）、（15）式可得

 

## 五、

解法1 在温度升高过程中，上下端气体均应满足气态方程。

首先分析水银柱下端的气体。当温度为*T*0时，其压强为*p*0，气柱长度为2*l*0，

当温度上升到*T*0＋Δ*T*时，水银柱向上移动*xl*0，从而气柱长度变为(2＋*x*)*l*0，此时的压强为*p*，于是有物态方程：

  （1）

或  （2） 图12-21

 对于水银柱上方之气体，若命水银柱之压强为，则当温度为T0时，其气体压强为，气体柱之长度为，分子数则为，当温度上升至*T*0＋Δ*T*时，压强为，气体柱长度为，而气体分子数则因有个双原子分子分解为个单原子分子，分子数变为

 ，

故有T0时：  （3）

（）时：

  （4）

式中S为管之内横截面积，A为阿伏伽德罗常量，由（3）、（4）式可得

  （5）

由（2）、（5）两式消去，可得x所满足的二次方程

 

其中 

 

 

(6)

 

 

 方程式的解为  （7）

 首先，应判别（7）式中之“”号之取法问题。为此，令，此时，，则（7）式中之x解为：

，当（7）式中之“”号取正，

，当（7）式中之“”号取负。

 显然，后者合理，前者不合理，故取x之解为

  （8）

据此可以分析，当时，水银柱在什么条件下上升（x＞0），什么条件下下降，因，由（6）式可知

 b＜0，a＞0 （9）

 再由（8）式可知，x之值取决于c之值，当c＞0时，x＞0，而当c＜0时，x＜0，因很小，在c之表示（6）中忽略项，有

  （10）

由此可见，当时，c＞0，x＞0，水银柱上升；

当时，c＜0，x＜0，水银柱下降；

当时，c＝-（1/2），c＜0，x＜0，水银柱下降。

解法2 暂时假定水银柱不动，分析温度上升后，上、下气体压力差的变化。

当温度为T0时，下部气体之压强为p0，温度上升至时，其压强变化为p1，因体积不变，故有

  （1）

 水银柱压强为，故当T＝T0时，上部气体之压强为，当温度升至时，有个双原子气体分子分解而成为2个单原子气体分子，故气体分子数由n0增至个，命此时之压强为p2，则在温度上升前后之气态方程为

  （2）

  （3）

其中S为管之内横截面积，A为阿伏加德罗常量，由（2）、（3）二式可得

 

  （4）

比较升温之后下部气体和上部气体的压强之差

  （5）

 若此差大于零，则水银柱上升。若小于零，水银柱应下降。代入（3）、（4）式之结果。有

  （6）

因甚小，故项起主导作用。而项之影响较之第一项要小得多。故此分析如下：

当时，。水银柱上升；

当时，。水银柱下降；

当时，。水银柱下降。

分析与评述 本题提供了两种解法，学生可从物理方法上和数学处理上进行比较，扩大思路。

## 六、

取x坐标轴沿竖直方向。原点在桌面，方向向上，振子竖直下落，弹簧无压缩或伸长，故A、B均为自由落体。当A到达桌面时，A、B的速度相同。均为

  （1）

命A与桌面碰撞之时刻为，即时，

A与桌面发生弹性碰撞而反向，此时有

 ， （2）

 ，

暂不考虑重力之影响，则由图12-22可 图12-22

知，A、B相向运动，压缩弹簧，而产生简谐运动，时，弹簧无形变，由（2）之条件，可以写出A作简谐振动之运动方程

 

 （3）

 

（3）式中，已知，X0、f待定，由图12-22可知，在振动运动中，AB相向运动，中点M不动，故振动可视作M固定的两个振子，振子MA（或MB）之等效劲度系数为k，k＝2k0，故

  （4）

 振子A之最大振动动能为，最大振动势能为，有

 ＝

  （5）

 现在考虑重力的效应，重力的存在使得A、B在振动的同时，还在作自由落体运动，在时间期间，重力使A产生的位移为

  （6）

故在t＞0时，A的坐标应为

  （7）

弹簧最大压缩时为t1，此时应有

  （8）

t1时，

 

此时，A与桌面发生第二次碰撞，即应有

  （9）

由（8）、（9）二式可得

 

代入X0、f之值，有

 

 

代入各量的数值，有 N/m

 当A与桌面第二次撞击时，其振动速度为零，故其速度就是t1时的自由落体速度

 m/s